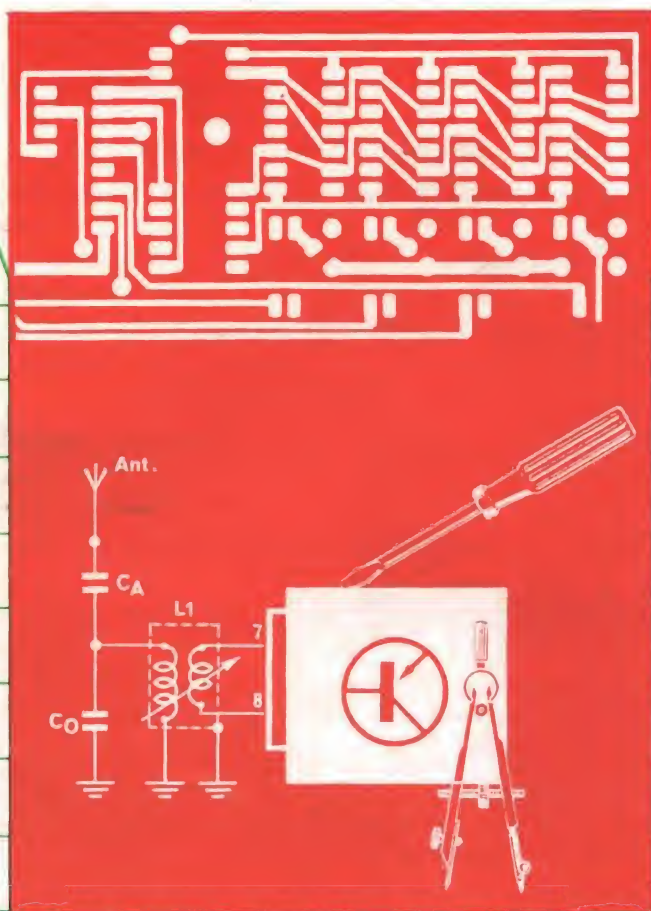


# APPUNTI DI ELETTRONICA

## VOL. 3

Supplemento al n. 6 di SPERIMENTARE  
Sped. in Abb. Postale Gruppo III/70



Supplemento al N° 6 di

# SPERIMENTARE

Rivista mensile di elettronica pratica; Editore: J. C. E. - Direttore responsabile: RUBEN CASTELFRANCHI - Direttore editoriale: GIAMPIETRO ZANGA - Capo redattore: GIANNI DE TOMASI - Redazione: SERGIO CIRIMBELLI, DANIELE FUMAGALLI, TULLIO LACCHINI, MARTA MENEGARDO - Grafica e impaginazione: MARCELLO LONGHINI - Laboratorio: ANGELO CATTANEO, LORENZO BARRILE - Contabilità: ROBERTO OSTELLI - M. GRAZIA SEBASTIANI - Diffusione e abbonamenti: PATRIZIA GHIONI - Collaboratori: LUCIO VISINTINI, FILIPPO PIPITONE, LUCIO BIANCOLI, FEDERICO CANCARINI, LODOVICO CASCIANINI, SANDRO GRISOSTOLO, GIOVANNI GIORGINI, ADRIANO ORTILE, AMADIO GOZZI, PIERANGELO PENSA, GIUSEPPE CONTARDI - Direzione, Redazione, Amministrazione: Via dei Lavoratori, 124 - 20092 Cinisello Balsamo (MI) - Tel. (02) 61.72.671 - 61.72.641 - Sede Legale: Via V. Monti, 15 - 20123 Milano - Autorizzazione alla pubblicazione Tribunale di Monza n. 258 del 28-11-1974 - Stampa: Grafiche Pirovano - San Giuliano Milanese (MI) - Concessionario in esclusiva per la diffusione in Italia e all'Estero: SODIP - Via Zuretti, 25 - 20125 Milano - Spedizione in abbonamento postale gruppo III/70



JACOPO CASTELFRANCHI EDITORE

© Tutti i diritti di riproduzione e traduzione degli articoli pubblicati sono riservati.



Mensile associato all'USPI  
Unione Stampa Periodica Italiana



## STRUTTURA DELL'OPERA

Questo libro è costituito da una raccolta di fogli che trattano ciascuno un solo argomento come risulta dalla intestazione unificata.

L'argomento trattato su ogni singola pagina, viene esaurito nella stessa pagina.

In questo modo si evita che le figure possono trovarsi in pagine diverse da quelle del testo e perciò la lettura viene facilitata.

## CARATTERISTICHE

Il libro può essere trasformato in una raccolta di fogli mobili semplicemente staccandoli dal dorso, forandoli opportunamente e raccogliendoli in apposita copertina con anelli che si trova in qualsiasi cartoleria.

Questo sarà opportuno farlo:

- 1) — qualora il lettore intendesse aggiungere suoi appunti
- 2) — qualora il lettore volesse inserire dei cartoncini separatori per facilitare la ricerca e per meglio suddividere i capitoli
- 3) — per inserire eventuali fogli aggiuntivi che nel futuro venissero pubblicati
- 4) — per poter effettuare confronti di analogie con altri fogli della raccolta.

A questo scopo si segnala che il codice decimale di collocazione, posto accanto alla testata unificata, vuole ottenere lo scopo di permettere l'inserzione di fogli senza interferire sulla struttura stessa della pubblicazione.

Il lettore può dotare di linguette sporgenti con il richiamo del codice ogni foglio relativo ai vari indici.

In questo modo si facilita la ricerca e la consultazione.

Non si è voluto predisporre questo vantaggio in sede redazionale per non rendere troppo costoso ogni volume.

## METODO DI SPIEGAZIONE

Si è voluto dare alle figure un valore preponderante usando il testo come ausiliario esplicativo delle stesse.

Questo metodo, che si allontana dall'ortodossia tradizionale, è stato gradito dai lettori della precedente esperienza editoriale (v. pagg. seguenti).

Essi hanno riconosciuto in questo metodo una forza comunicativa notevole e molto più vicina a quella della viva voce dell'insegnante che spiega alla lavagna dialogando con gli allievi.

Vorremmo che il lettore apprezzasse quanto questo metodo abbia richiesto maggior dedizione da parte dell'autore e della Redazione e maggiori costi da parte dell'Editore.

## CONTRASSEGNI SULLE PAGINE

I contrassegni riportati sulle pagine in alto a destra hanno il seguente scopo:

- |                     |   |
|---------------------|---|
| nessun contrassegno | pagine sufficienti per coloro che vogliono accontentarsi di una conoscenza superficiale   |
| una stella ★        | pagine destinate a coloro che desiderano una maggior conoscenza della materia, ma non possono essere trascurate dai lettori delle sole pagine senza contrassegno per quanto riguarda le conclusioni |
| due stelle ★ ★      | pagine destinate solo a coloro che desiderano un maggior approfondimento.   |

## CRITERIO DI NUMERAZIONE DECIMALE DEI FOGLI

### A) SUDDIVISIONE

L'opera è suddivisa in                      10 sezioni  
Ogni sezione è suddivisa in            10 capitoli  
Ogni capitolo è suddiviso in            10 paragrafi  
Ogni paragrafo è suddiviso in        10 argomenti

### B) CODICE DI NUMERAZIONE DELLE PAGINE DI TESTO

Normalmente ogni foglio è individuato da un

**codice di quattro cifre**  
suddivise in due gruppi di due cifre  
(due cifre intere e due cifre decimali)

Le due cifre intere sono  
stampate in corpo maggiore  
per evitare confusioni

→ **12.345** ←

Una quinta cifra può esistere  
se si vuole suddividere  
ulteriormente il soggetto  
relativo alla cifra precedente

Ogni cifra si riferisce ad una suddivisione del soggetto relativo alla cifra precedente.

### C) ESEMPIO: il foglio

Intitolato: "Analisi armonica delle forme d'onda rettangolare"  
appartiene alla

Sezione **1** del piano dell'opera (Grandezze fondamentali)

Capitolo **10** (Nozioni preliminari)

Paragrafo **10.5** (Analisi delle oscillazioni)

Argomento **10.51** (Onda quadra)

Codice                      pag.  
**10.51**                      **1**

Indicazione della pagina  
relativa al medesimo numero di codice



<b>Sezione</b>	: 1	Grandezze Fondamentali
<b>Capitolo</b>	: 13	Parametri del circuito
<b>Paragrafo</b>	: 13.0	Indice del capitolo
<b>Argomento</b>	: 13.00	Indice dei paragrafi

## PARAMETRI DEL CIRCUITO

### Indice dei paragrafi e degli argomenti

**par. 13.0 — Indice del capitolo**

- arg. 13.01 — Indice analitico
- arg. 13.02 — Bibliografia
- arg. 13.03 — Informazioni generali

**par. 13.1 — Resistenza e Conduttanza**

- arg. 13.10 — Indice delle pagine

**par. 13.2 — Capacità**

- arg. 13.20 — Indice delle pagine
- arg. 13.21 — Concetti generali
- arg. 13.22 — Fenomeno della carica
- arg. 13.23 — Informazioni complementari
- arg. 13.24 — Comportamento a regime variabile di tensione

**par. 13.3 — Induttanza**

- arg. 13.30 — Indice delle pagine
- arg. 13.31 — Concetti generali
- arg. 13.32 — Fenomeno della carica
- arg. 13.33 — Informazioni complementari
- arg. 13.34 — Comportamento a regime variabile di corrente

**par. 13.4 — Caratteristiche a regime alternato in generale**

- arg. 13.40 — Indice delle pagine
- arg. 13.41 — Resistenza e Conduttanza
- arg. 13.42 — Capacità
- arg. 13.43 — Induttanza

par. 13.5 — **Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie**

- arg. 13.50 — Indice delle pagine
- arg. 13.51 — Resistenza
- arg. 13.52 — Reattanza capacitiva
- arg. 13.53 — Reattanza induttiva
- arg. 13.54 — Composizione di reattanze
- arg. 13.55 — Impedenza

par. 13.6 — **Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in parallelo**

- arg. 13.60 — Indice delle pagine
- arg. 13.61 — Conduttanza
- arg. 13.62 — Suscettanza capacitiva
- arg. 13.63 — Suscettanza induttiva
- arg. 13.64 — Composizione disuscettanza
- arg. 13.65 — Ammettenza.

par. 13.7 — **Caratteristiche a regime alternato. Equivalenze serie e parallelo**

- arg. 13.70 — Indice delle pagine
- arg. 13.71 — Confronti fra i valori in serie e in parallelo
- arg. 13.72 — Valori equivalenti a frequenza costante
- arg. 13.73 — Valori equivalenti a frequenza variabile

par. 13.8 — **Caratteristiche a regime alternato. Grandezze e Disposizioni miste**

- arg. 13.80 — Indice delle pagine
- arg. 13.81 — Studio completo della disposizione C (R + L)
- arg. 13.82 — Studio completo della disposizione L (R + C)
- arg. 13.83 — Studio completo della disposizione C + RL
- arg. 13.84 — Studio completo della disposizione L + RC

par. 13.9 — **Ricapitolazione**

- arg. 13.90 — Indice delle pagine
- arg. 13.91 — Informazioni generali



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.0	Indice del capitolo
Argomento	: 13.00	Indice dei paragrafi

## Paragrafo 13.0

### INDICE

#### Indice degli argomenti e delle pagine

arg. 13.01 — Indice analitico

arg. 13.02 — Bibliografia

arg. 13.03 — Informazioni generali

pag. 1 — Panoramica del capitolo  
— Definizione assoluta  
— Evitiamo le confusioni

pag. 2 — Reciprocità dei fenomeni di carica e scarica energetica per gli elementi che presentano capacità e induttanza.

pag. 3 — Resistenza e Conduttanza — Induttanza e Capacità

pag. 4 — Riassunto delle caratteristiche dei parametri fondamentali.





Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.0	Esposizione generale
Argomento	: 13.01	Indice analitico

## INDICE ANALITICO

**Avvertenza:** ricordando il criterio di codificazione espresso in 00.01-2

se l'indicazione è rappresentata con:

significa che la voce cercata è trattata:

una sola cifra	(es.: 1)	nell'intera <b>sezione</b> relativa alla cifra indicata
due cifre	(es.: 12)	nell'intero <b>capitolo</b> relativo alle cifre indicate
tre cifre	(es.: 13.7)	nell'intero <b>paragrafo</b> relativo alle cifre indicate
quattro cifre	(es.: 12.42)	nell'intero <b>argomento</b> relativo alle cifre indicate
cinque cifre	(es.: 13.24-1)	nella <b>pagina</b> relativa alle cifre indicate

3.65	ammettenza	13.83	disposizione circuitale C + RL
13.2	capacità	13.82	disposizione circuitale L (R + C)
13.42	— in alternata	13.84	disposizione circuitale L + RC
13.03-2	— (carica e scarica della)	13.73-1	disposizioni circuitali (simbologia)
13.21-1	— confronti idraulici	13.01	energia assorbita dagli elementi del circuito
13.21-2	— confronti idraulici	13.7	equiv. serie-parallelo in altern.
13.22-1	— confronti idraulici	13.74	— confronti
13.21-1	— definizione	13.72	— a frequenza costante
13.21-2	— unità di misura	13.73	— — — variabile
13.71-4	— e induttanza (equivalenze in alternata)	13.21-2	farad
13.71-2	— e resistenza (equivalenze in alternata)	13.5	grandezze in serie in alternata
13.11-2	caratteristiche del conduttore perfetto.	13.6	— in parallelo in alternata
13.11-1	— del resistore perfetto	13.34-2	Henry
13.11-4	caratteristiche dei parametri fondamentali (tabella riassuntiva)	13.55	Impedenza
13.22	caratteristiche del condensatore	13.3	Induttanza
13.24	— del condensatore	13.43	— in alternata
13.32	— dell'induttore	13.71-4	— e capacità (equiv. in alternata)
13.34	— dell'induttore	13.71-3	— e resistenza (equiv. in alternata)
13.1	conduttanza	13.03-2	— carica e scarica
13.61	conduttanza	13.31-1	— confronti ferroviari
13.03-3	conduttanza	13.31-2	— confronti ferroviari
13.41	— in alternata	13.32-1	— confronti ferroviari
13.61	— in alternata	13.31-1	— definizione
13.22-4	costante di tempo RC	13.34-2	— unità di misura
13.01-1	costanti del circuito	13.01-1	parametri del circuito
13.73-2	disposizione circuitale R + L + C	13.52	reattanza capacitiva
13.73-3	disposizione circuitale RLC	13.53	— induttiva
13.73-4	disposizione circuitale R (R + L + C)		
3.81	disposizione circuitale C (R + L)		

13.54	reattanze (composizione)	13.71-1	— e resistenza (equivalenze)
13.01-2	reciprocità fenomeni carica e scarica	13.23-1	scarica del condensatore
13.1	resistenza	13.33-1	— dell'induttore
13.51	resistenza	13.62	suscettanza capacitiva
13.03-3	resistenza	13.63	— induttiva
13.41	— in alternata	13.64	suscettanze (composizione)
13.51	— in alternata	13.22-5	tempo di carica
13.71-2	— e capacità (equiv. in alternata)	13.21-2	unità di misura della capacità
13.71-3	— e induttanza (equiv. in alternata)	13.34-2	— — — dell'induttanza



**Sezione** : 1      Grandezze fondamentali  
**Capitolo** : 13      Parametri del circuito  
**Paragrafo** : 13.0      Esposizione Generale  
**Argomento** : 13.02      Bibliografia

**LIBRI**

ABBREVIAZIONE	AUTORI E TITOLO	EDITORE
BOTTANI	E. Bottani e R. Sartori Lezioni sui fondamenti dell'Elettronica	Libreria Editrice Politecnica 1944
COLOMBO	A. Colombo Manuale dell'ingegnere	Hoepli 1947
MONDANI	F. Mondani Elementi di elettronica e di elettrotecnica 2 voll.	Trevisini 1966
GIOMETTI	R. Giometti e F. Frascari Elettrotecnica Elettronica Radiotecnica	Calderini 1° vol. 1973 2° vol. 1974
E.S.T.	Enciclopedia della Scienza e della Tecnica	Mondadori 1965

**RIVISTE**

SIGLA	TITOLO	EDITORE
TA	Tecniche dell'Automazione	ETAS KOMPASS
Sp	Sperimentare	J.C.E.
S.R.	Selezione Radio TV	J.C.E.
E.O.	Elettronica Oggi	J.C.E.





**Sezione     : 1            Grandezze fondamentali**  
**Capitolo    : 13          Parametri del circuito**  
**Paragrafo   : 13.0        Indice del capitolo**  
**Argomento   : 13.03      Informazioni generali**

## PANORAMICA DEL CAPITOLO

### INTRODUZIONE

E' bene fin d'ora tentare di mettere in chiaro alcuni concetti fondamentali che i principianti spesso confondono.

In questo capitolo spiegheremo prima il comportamento elettrico dei tre elementi fondamentali del circuito:

- il condensatore
- l'induttore
- il resistore

al fine di chiarire poi l'influenza che hanno in ogni elemento del circuito le tre grandezze fondamentali che li caratterizzano:

- la capacità
- l'induttanza
- la resistenza

### DEFINIZIONE ASSOLUTA

Queste grandezze fondamentali si chiamavano un tempo "**costanti**" del circuito in quanto il loro valore si immaginava immutabile sotto qualsiasi sollecitazione elettrica.

Oggi si preferisce chiamarle "**parametri del circuito**" in quanto il loro valore interviene come operatore sotto determinate condizioni elettriche.

### GRANDEZZE TIPICHE DEL REGIME ALTERNATO SINOIDALE

Ci sono altre grandezze derivate da queste che sono caratteristiche uniche dell'elettricità a **regime alternato sinoidale**.

Esse sono            — la reattanza (induttiva e capacitiva)  
e ancora            — la resistenza

Dalla combinazione in serie di queste due ultime nasce una grandezza fondamentale molto importante:

- l'impedenza

Per facilitare i concetti caratteristici di altre combinazioni, non si può fare a meno di considerare le grandezze reciproche che sono:

- la suscettanza (induttiva e capacitiva)
- la conduttanza

mentre dalle loro combinazioni in parallelo nasce:

- l'ammettenza

### EVITIAMO LE CONFUSIONI

Spesso il principiante fa una confusione paurosa e poichè essa è estremamente dannosa alla chiarezza dell'apprendimento dei fenomeni elettrici in generale, raccomandiamo al lettore di porre la massima attenzione sui concetti che verranno espressi in questo capitolo.

Forse tutta questa confusione nasce dal fatto che la resistenza la troviamo inalterata sia come parametro assoluto del circuito sia come grandezza caratteristica del circuito a regime alternato sinoidale ed inoltre l'assonanza di certi termini come induttanza e impedenza aumenta il caos mentale.

Si eserciti bene il lettore a ben discriminare i significati per evitare che nel suo caos mentale ci si trovi poi tutta l'elettronica.

## RECIPROCA' DEI FENOMENI DI CARICA E SCARICA ENERGETICA PER GLI ELEMENTI CHE PRESENTANO CAPACITA' E INDUTTANZA

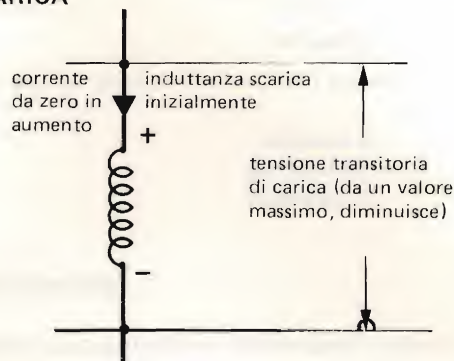
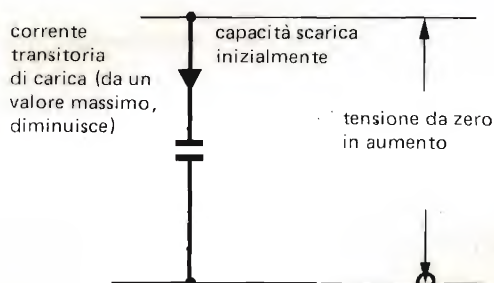
E' interessante constatare il ruolo reciproco che giocano queste due grandezze  
C'è una sorprendente analogia di fenomeni dove tensione e corrente scambiano il ruolo.

**Panorama delle situazioni** che vengono trattate in dettaglio nei fogli successivi.

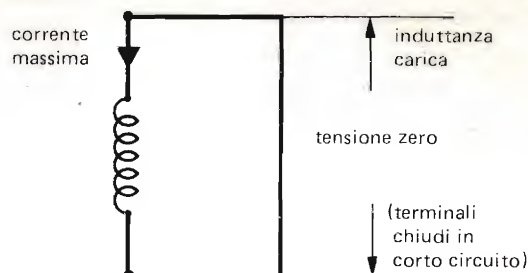
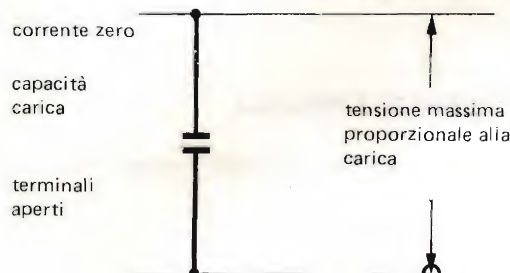
La **CAPACITA'** si carica di energia potenziale  
che si esprime in tensione (volt)

L'**INDUTTANZA** si carica di energia cinetica  
che si esprime in corrente (ampere)

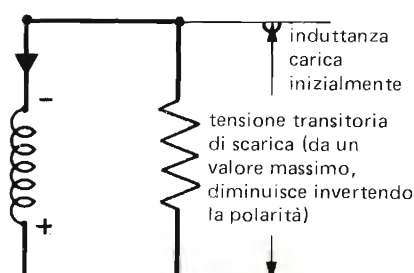
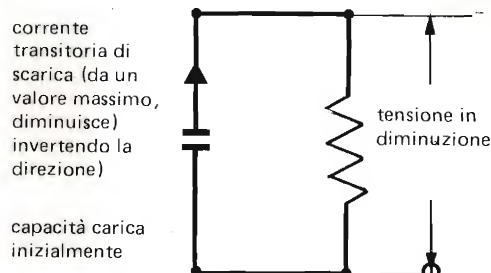
### INIZIO DELLA CARICA



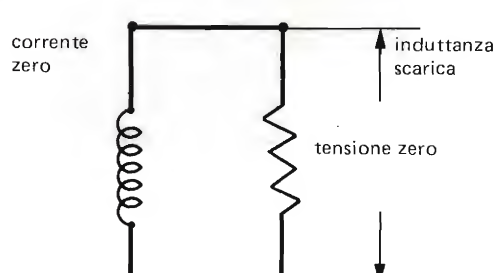
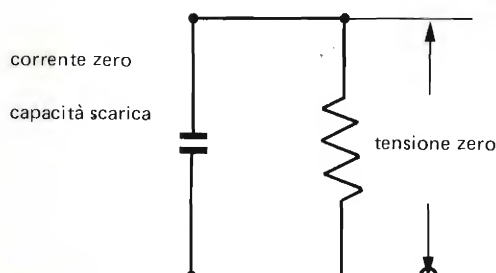
### FINE DELLA CARICA



### INIZIO DELLA SCARICA



### FINE DELLA SCARICA





## RESISTENZA E CONDUTTANZA, INDUTTANZA E CAPACITÀ

**N.B.** In questo foglio, come sempre, il concetto di resistenza, anche se espresso da solo, non preclude quello di conduttanza che è il suo reciproco.

### Comportamento in generale

Il comportamento della resistenza nei circuiti, oltre a quello di (10.2 e 11.72)

- lasciar passare una corrente, se si applica una tensione ai suoi capi, oppure
- presentare una tensione ai suoi capi, se la si fa attraversare da corrente,

dal punto di vista energetico, non accumula (come capacità e induttanza), ma

- dissipa energia sotto forma di calore.

**Induttanza, Capacità e Resistenza** sono grandezze che si presentano sempre, desiderate o indesiderate, in qualsiasi circuito o negli elementi che lo compongono.

Constatate il lettore nella sezione "Elementi del circuito" come:

- a) Un resistore è tale in quanto la grandezza resistenza è dominante.  
In esso però, capacità e induttanza, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.
- b) Un condensatore è tale in quanto la grandezza capacità è dominante.  
In esso però, resistenza e induttanza, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.
- c) Un induttore è tale in quanto la grandezza induttanza è dominante.  
In esso però, resistenza e capacità, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.
- d) Qualsiasi altro elemento che eserciti una determinata funzione avrà presenti, in modo più o meno dominante oppure indesiderato, tutte e tre le grandezze: Resistenza, Capacità e Induttanza

### Resistenza e Conduttanza - Comodità di rappresentazione

Nei circuiti equivalenti, generalmente troveremo che:

- a) La resistenza è presente come tale, quando è rappresentata in serie ad altre grandezze.
- b) La conduttanza è presente come tale, quando è rappresentata in parallelo ad altre grandezze.

### Comportamento a regime variabile

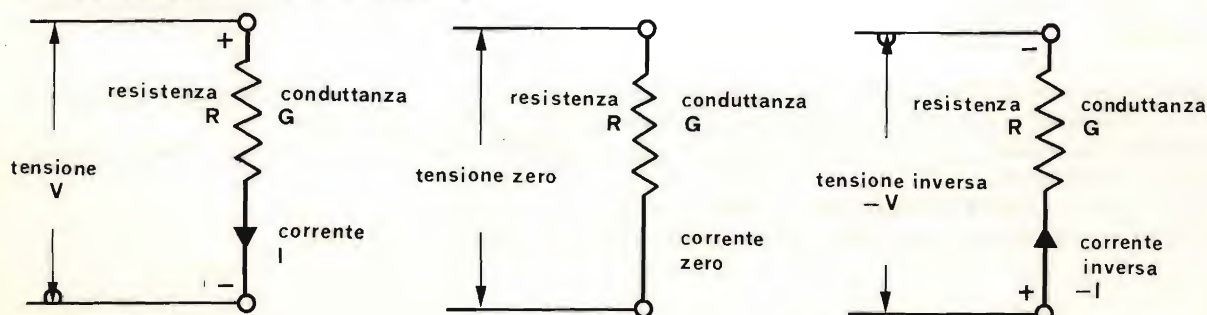
Tensione e correnti, in ottemperanza alla legge di Ohm, si mantengono rigidamente proporzionali fra loro, secondo quei coefficienti reciproci che si chiamano resistenza **R** o conduttanza **G** secondo le ben note relazioni:

$$\boxed{I = GV} \quad G = \frac{1}{R} \quad \boxed{V = RI} \quad R = \frac{1}{G}$$

Vedremo inoltre come, a differenza del comportamento di induttanza e capacità:





- a) qualsiasi forma d'onda sottoforma di tensione applicata ad una conduttanza, genera una corrente che ha la stessa forma d'onda, frequenza e fase della tensione.
- b) qualsiasi forma d'onda sottoforma di corrente che attraversa una resistenza, genera una tensione che ha la stessa forma d'onda, frequenza e fase della corrente.
- c) la resistenza o la conduttanza servono da elementi "rallentatori" nei fenomeni transitori.

### Rappresentazione grafica di tre condizioni





# RIASSUNTO DELLE CARATTERISTICHE DEI PARAMETRI FONDAMENTALI

PARAMETRI	RESISTENZA	CONDUTTANZA	CAPACITA'	INDUTTANZA
Simbolo	R	$G = \frac{1}{R}$	C	L
Unità di misura	ohm ( $\Omega$ )	siemens (S)	farad (F)	henry (H)
Equazione statica	$v = Ri$	$I = Gv$	$q = Cv$	$u = Li$
Energia assorbita	$v_i \Delta t$	$v_i \Delta t$	$v \Delta q$	$i \Delta u$
Potenza dissipata	$Ri^2$	$Gv^2$	—	—
Energia accumulata	—	—	$\frac{1}{2} Cv^2$	$\frac{1}{2} Li^2$
Equazione dinamica di funzionamento	$v = Ri$	$i = Gv$	$i = C \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$v = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$
Elemento caratteristico	Resistore	Conduttore	Condensatore	Induttore
Simbolo grafico				
Grandezza sensibile a:	corrente	tensione	rapidità di variazione di tensione	rapidità di variazione di corrente
che produce proporzionalmente al suo valore:	tensione	corrente	corrente (di carica)	tensione (di reazione)

Altri simboli che ricorrono nella tabella

$q$  = carica elettrica in coulomb (cioè ampersecondi)

$u$  = impulso di tensione in voltsecondi

$\frac{\Delta v}{\Delta t}$  = rapidità di variazione della tensione in volt/secondo

$\frac{\Delta i}{\Delta t}$  = rapidità di variazione della corrente in amper/secondo

Con le lettere **minuscole** sono indicate quelle grandezze che possono variare durante l'esperimento.

Con le lettere **maiuscole** sono indicate quelle grandezze, i parametri per l'appunto, che sono destinate a rimanere costanti.

**NOTA:** Resistenza e Conduttanza sono due modi diversi e reciproci di vedere la proporzionalità fra tensione e corrente e possono essere indifferentemente applicate al medesimo elemento del circuito.

Capacità e Induttanza, ripetiamo, si riferiscono invece a due diversi elementi del circuito: il condensatore e l'induttore, rispettivamente.

Anche queste due grandezze posseggono il parametro reciproco.

Entrambi però sono stati volutamente ignorati per non complicare lo studio

Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.1	Resistenza e conduttanza
Argomento	: 13.10	Indice degli argomenti e delle pagine

APPUNTI DI ELETTRONICA	
Codice	Pagina
13.10	1

## Paragrafo 13.1

# RESISTENZA E CONDUTTANZA

### Indice degli argomenti e delle pagine

arg. 13.11 — **Concetti generali**

pag. 1 — Resistenza

La resistenza nel contesto delle grandezze elettriche

pag. 2 — Conduttanza





## RESISTENZA

### LA RESISTENZA NEL CONTESTO DELLE GRANDEZZE ELETTRICHE

E' indispensabile introdurre questo paragrafo anche nella panoramica che riguarda fundamentalmente i fenomeni elettrici tipici delle grandezze: Capacità (13.2) e Induttanza (13.3), perchè sia ben chiaro il ruolo che questa grandezza svolge nei compiti delle altre due.

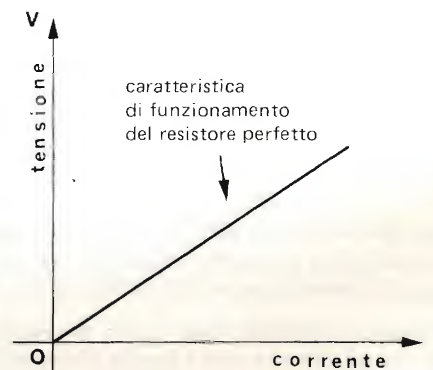
Dal punto di vista energetico la resistenza è dissipatrice di energia mentre capacità e induttanza l'accumulano e la rendono al generatore se la sua tensione non si mantiene costante.

Abbiamo già visto in 10.2 e 11.72 come la resistenza elettrica sia intesa come un parametro che stabilisce il concetto di proporzionalità fra tensione e corrente, che interagiscono, in un resistore e in un conduttore.

Per ogni valore di corrente esiste un solo valore di tensione che la provoca: la relazione fra queste due grandezze per un dato elemento in esame si presenta graficamente come in figura.

Essa è lineare secondo il parametro  $R$  (resistenza in ohm), che determina l'inclinazione della retta caratteristica conformemente alle scale che si sono scelte per le coordinate.

L'espressione dei valori in termini di resistenza è generalmente molto più comune che l'esposizione reciproca (conduttanza) descritta alla pagina seguente.



Nei calcoli generalmente si tiene conto dei valori espressi come resistenza quando si hanno *elementi in serie* la cui resistenza totale è uguale alla somma delle resistenze parziali

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

## CONDUTTANZA

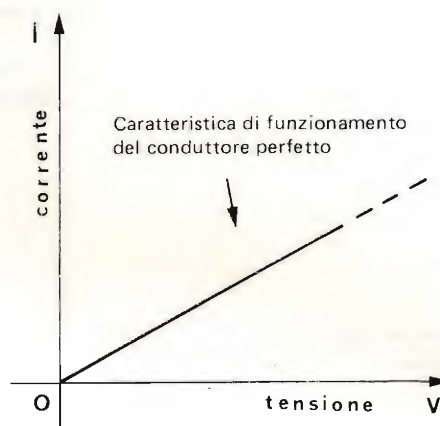
Questa grandezza non è che il reciproco della resistenza.

Essendo il suo simbolo  $G$  essa è definita come  $G = \frac{1}{R}$  e quindi ovviamente è anche  $R = \frac{1}{G}$

Si può parlare indifferentemente di un resistore che abbia una determinata conduttanza espressa come il reciproco della sua resistenza e di un conduttore che abbia una determinata resistenza espressa come il reciproco della sua conduttanza.

La caratteristica del medesimo resistore perfetto di cui la pagina precedente può essere presentato sotto forma di conduttanza come illustrato in figura.

Essa è lineare secondo il parametro  $G$  (conduttanza in Siemens) che determina l'inclinazione della retta caratteristica conformemente alle scale che si sono scelte per le coordinate.



Va notato che questo tipo di scelta di coordinate per rappresentare il funzionamento resistivo di un elemento del circuito è molto più usato del precedente, mentre l'espressione dei valori in termini di conduttanza è molto meno comune dell'espressione reciproca (resistenza) descritta alla pagina precedente.

Nei calcoli invece si preferisce tener conto dei valori espressi come conduttanza quando si hanno *elementi in parallelo* la cui conduttanza totale è uguale alla somma delle conduttanze parziali

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

## Paragrafo 13.2

### CAPACITA'

#### Indice degli argomenti e delle pagine

arg. 13.21 — **Concetti generali**

- pag. 1 — Definizione di capacità
  - Confronti
- pag. 2 — Unità di misura della capacità: farad
  - Confronti

arg. 13.22 — **Fenomenologia della carica**

- pag. 1 — Carica a corrente costante del condensatore
- pag. 2 — Studio della carica a corrente costante del condensatore
- pag. 3 — Similitudini nel fenomeno della carica di un condensatore
- pag. 4 — Studio del fenomeno della carica di un condensatore
- pag. 5 — Tempo di carica e costante di tempo per un circuito RC
- pag. 6 — Andamento della corrente di carica di un condensatore

arg. 13.23 — **Informazioni complementari**

- pag. 1 — Fenomeno della scarica di un condensatore
- pag. 2 — Carica del condensatore con resistore in parallelo

arg. 13.24 — **Comportamento a regime variabile di tensione**

- pag. 1 — Carica del condensatore con tensione variabile
- pag. 2 — L'unità di misura sotto l'aspetto dinamico
- pag. 3 — Esempio di condensatore sottoposto a variazioni lineari di tensione
- pag. 4 — Esempio di condensatore sottoposto a variazioni qualsiasi di tensione

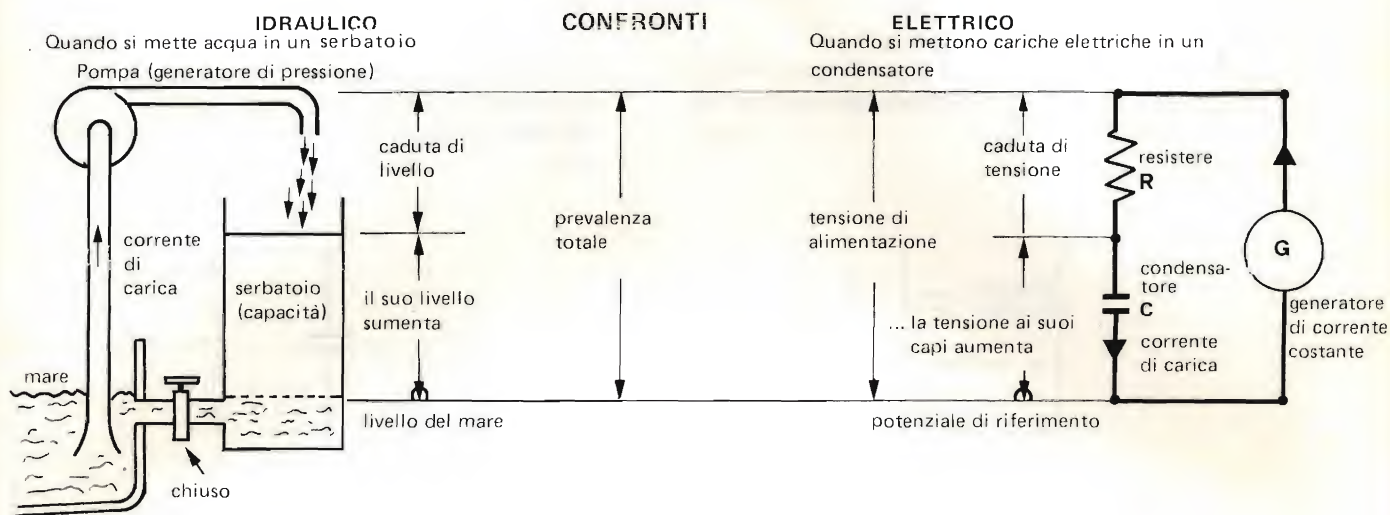




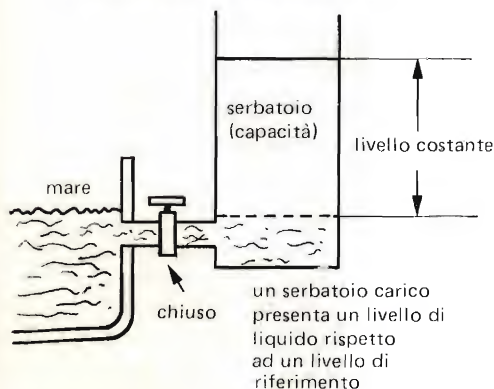
### DEFINIZIONE DI CAPACITA'

Capacità elettrica è quella proprietà che hanno tutti i corpi, ed in particolare i condensatori (v. sez. 2) di immagazzinare quantità di elettricità sottoforma statica.

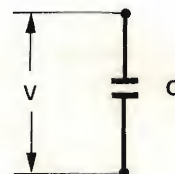
Il livello dell'energia accumulata si presenta ai capi delle capacità sottoforma di tensione.



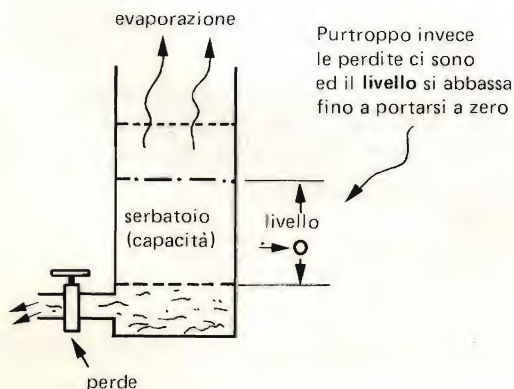
Se non ci fossero perdite il livello potrebbe essere mantenuto indefinitamente anche quando la pompa è allontanata.



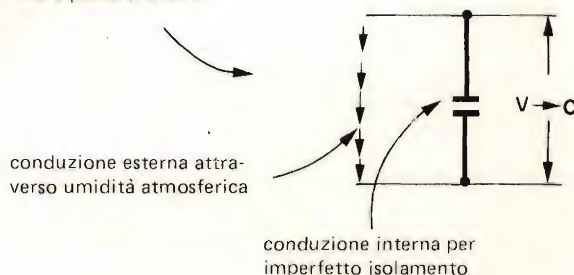
Se non ci fossero perdite, la tensione ai capi potrebbe mantenersi indefinitamente, anche quando il condensatore è staccato dal circuito ed è mantenuta aperta.



un condensatore carico presenta una tensione fra i suoi terminali  
 (un terminale presenta un potenziale rispetto all'altro)



Purtroppo invece le perdite ci sono e la tensione si abbassa fino a portarsi a zero

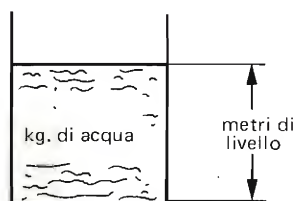


## UNITA' DI MISURA DELLA CAPACITA': FARAD

### CONFRONTI

#### IDRAULICO

La capacità di un serbatoio si può definire in **chilogrammi di acqua** che bisogna metterci per far alzare di **un metro** il livello



il rapporto

$$\frac{\text{chilogrammi di acqua}}{\text{metri di livello}}$$

definisce la capacità del serbatoio e scriveremo concisamente:

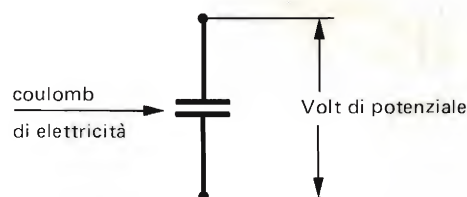
$$\text{capacità del serbatoio} \rightarrow C = \frac{Q}{h}$$

quantità di liquido in kg.  
livello in metri

L'unità di misura di questa capacità non ha un nome particolare: si dirà che un serbatoio ha una capacità di tot. kg al metro di livello.

#### ELETTRICO

La capacità di un circuito o di un dispositivo si può definire in **coulomb di elettricità** che bisogna metterci per far alzare di **un volt** la tensione ai suoi capi.



il rapporto

$$\frac{\text{coulomb di elettricità}}{\text{volt di tensione}}$$

definisce la capacità del dispositivo e scriveremo concisamente:

$$\text{capacità del dispositivo} \rightarrow C = \frac{Q}{V}$$

quantità di elettricità in coulomb  
livello del potenziale in volt

L'unità di misura di questa capacità si chiama **FARAD** (simbolo F).

Si dirà che un dispositivo ha la capacità di tot farad quando gli si devono introdurre tot coulomb per far alzare di un volt il potenziale ai suoi capi.

In particolare si ha che

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}}$$



Sezione : 1 Grandezze fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.2 Capacità  
Argomento : 13.22 Fenomeno della carica

Codice Pagina  
13.22 1

## CARICA A CORRENTE COSTANTE DEL CONDENSATORE

Per esaminare il fenomeno nella sua completezza, è meglio cominciare a considerare questo caso particolare, facendo i soliti confronti con l'idraulica.

### FENOMENO IDRAULICO

Se un rubinetto eroga costantemente la medesima quantità di acqua dentro ad un serbatoio perfettamente cilindrico (v. 13.21-1)



La velocità di salita del livello dipende dall'erogazione del rubinetto e dalla capacità del serbatoio

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{l}{C}$$

erogazione di acqua in kg/sec

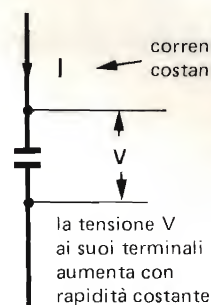
Capacità del serbatoio in kg di acqua / m di livello

Velocità di salita del livello in m/sec

La capacità si trova al denominatore, perciò più essa è grande, minore è la velocità di salita del livello

### FENOMENO ELETTRICO

Se un condensatore viene caricato a corrente costante



La rapidità di variazione della tensione dipende dal valore della corrente e dalla capacità del condensatore

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{i}{C}$$

corrente in ampere

Capacità del condensatore in volt coulomb

Velocità di salita della tensione in volt/sec

Questa grandezza si chiama FARAD (v. 13.21-1)

### Conclusione

Se la corrente ... aumenta, la tensione ... aumenta più rapidamente  
Se la corrente ... diminuisce, la tensione ... aumenta meno rapidamente  
Se la corrente ... si annulla, la tensione ... si arresta all'ultimo valore  
Se la corrente ... si inverte, la tensione ... diminuisce con una certa rapidità fino a raggiungere lo zero, dopo di che la tensione si inverte perchè il condensatore si carica di segno opposto.

Evidentemente succede per la corrente la stessa cosa se è la tensione la variabile indipendente.

## STUDIO DELLA CARICA A CORRENTE COSTANTE DEL CONDENSATORE

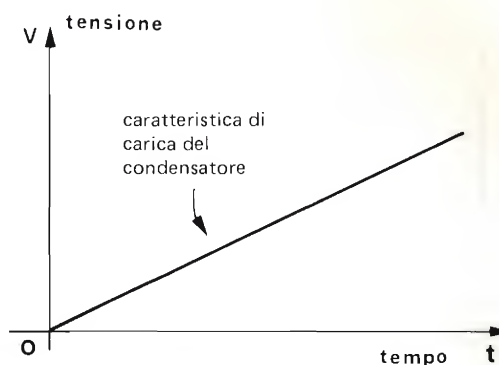
Abbiamo visto che la legge con la quale si determina la rapidità di variazione della tensione ai capi del condensatore è la seguente:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{I}{C}$$

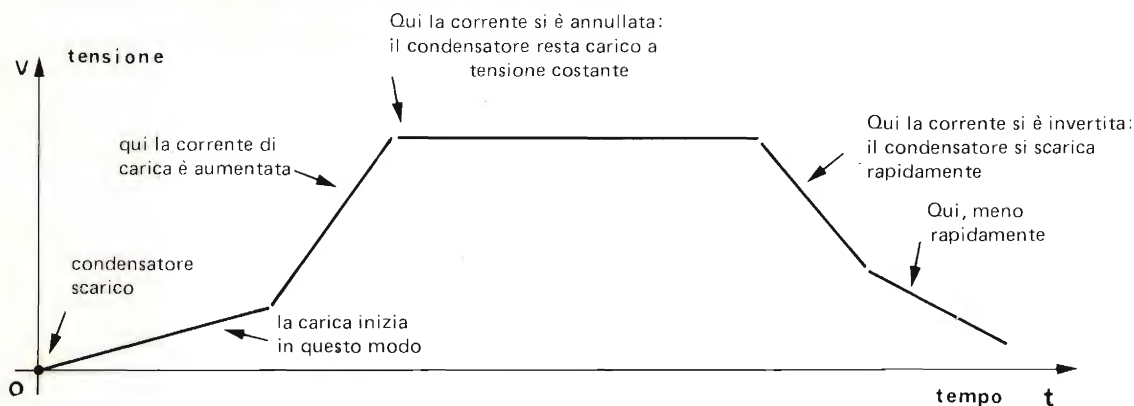
E' evidente che se la corrente  $I$  è costante, la rapidità di salita  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  della tensione è pure costante, ciò significa che la tensione sale regolarmente al passare del tempo.

La rappresentazione grafica del fenomeno è quella segnata a lato.

L'inclinazione della caratteristica dipende dal valore della corrente di carica.



Qualora il valore della corrente di carica subisse delle variazioni, la caratteristica si presenterebbe come segue: (le descrizioni si riferiscono ai vari tratti del diagramma)



Se si volesse conoscere il valore della tensione in funzione del tempo che passa, l'espressione precedente si scrive come segue:

Variazione di tensione in volt che si riscontra dopo un intervallo di tempo in cui la corrente si è mantenuta costante ad un determinato valore

$$\Delta v = \frac{I}{C} \Delta t$$

Variazione della corrente di carica (Amp) ↓  
Intervallo di tempo in secondi in cui la corrente mantiene costante il suo valore →  
Valore della capacità (Fanad) ↑

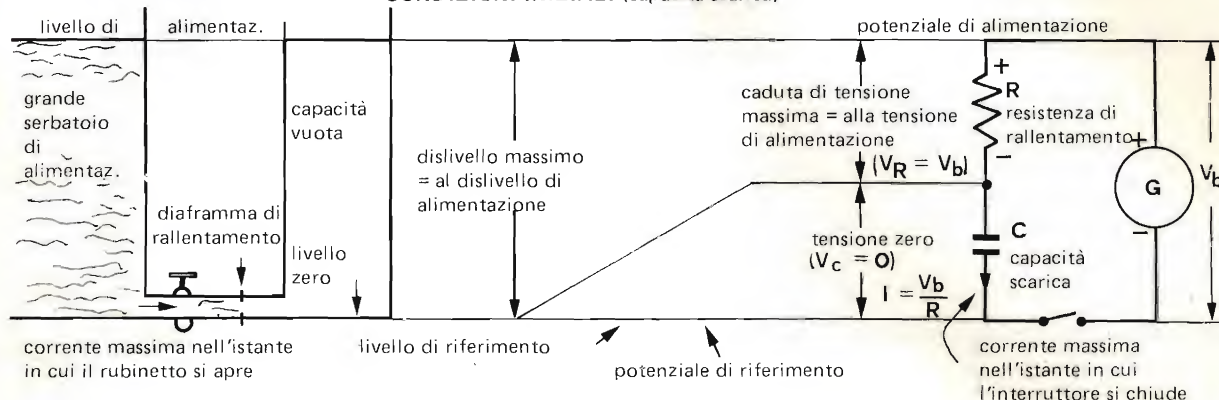


### SIMILITUDINI NEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN CONDENSATORE

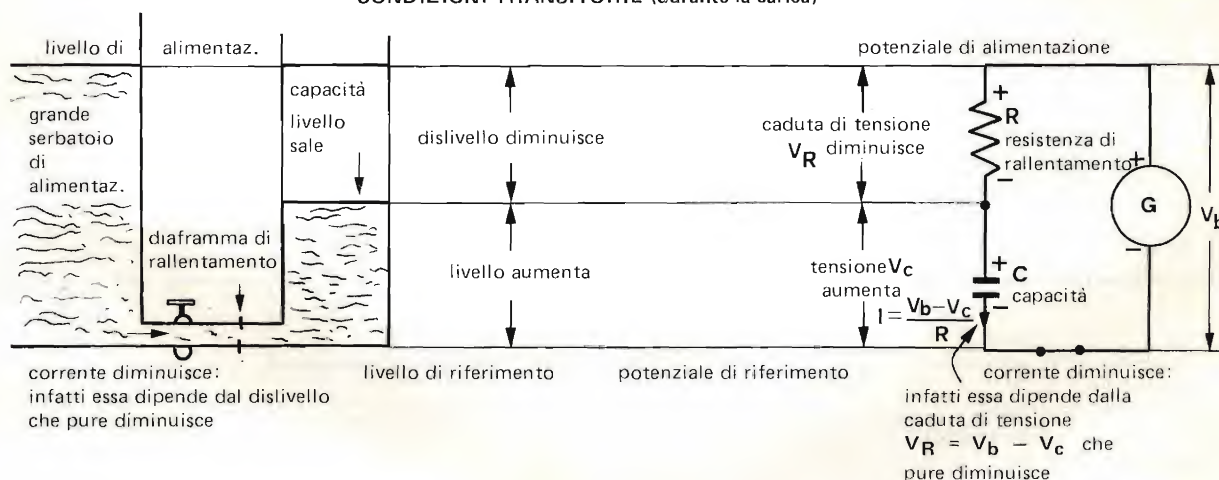
Quando si sottopone una capacità scarica ad una sorgente di tensione, la capacità di carica di quantità di elettricità statica. Il livello della quantità che è entrata si mostra come una tensione ai capi della capacità.

Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone idraulico in tre fasi.

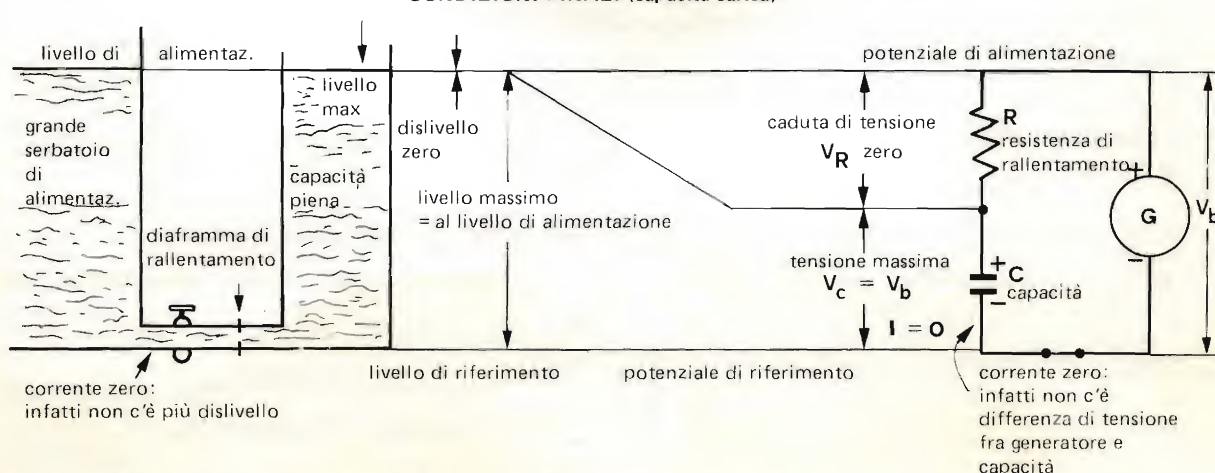
#### CONDIZIONI INIZIALI (capacità scarica)



#### CONDIZIONI TRANSITORIE (durante la carica)



#### CONDIZIONI FINALI (capacità carica)



Aumentando il valore della resistenza il fenomeno è più lento (vedi pag. 5).



### STUDIO DEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN CONDENSATORE

Esaminiamo con quale legge nel tempo la tensione sale ai capi della capacità durante la carica.

#### EQUAZIONE DI FUNZIONAMENTO

Si esamina prima ciò che succede ai capi della resistenza R

Tensione ai capi di R

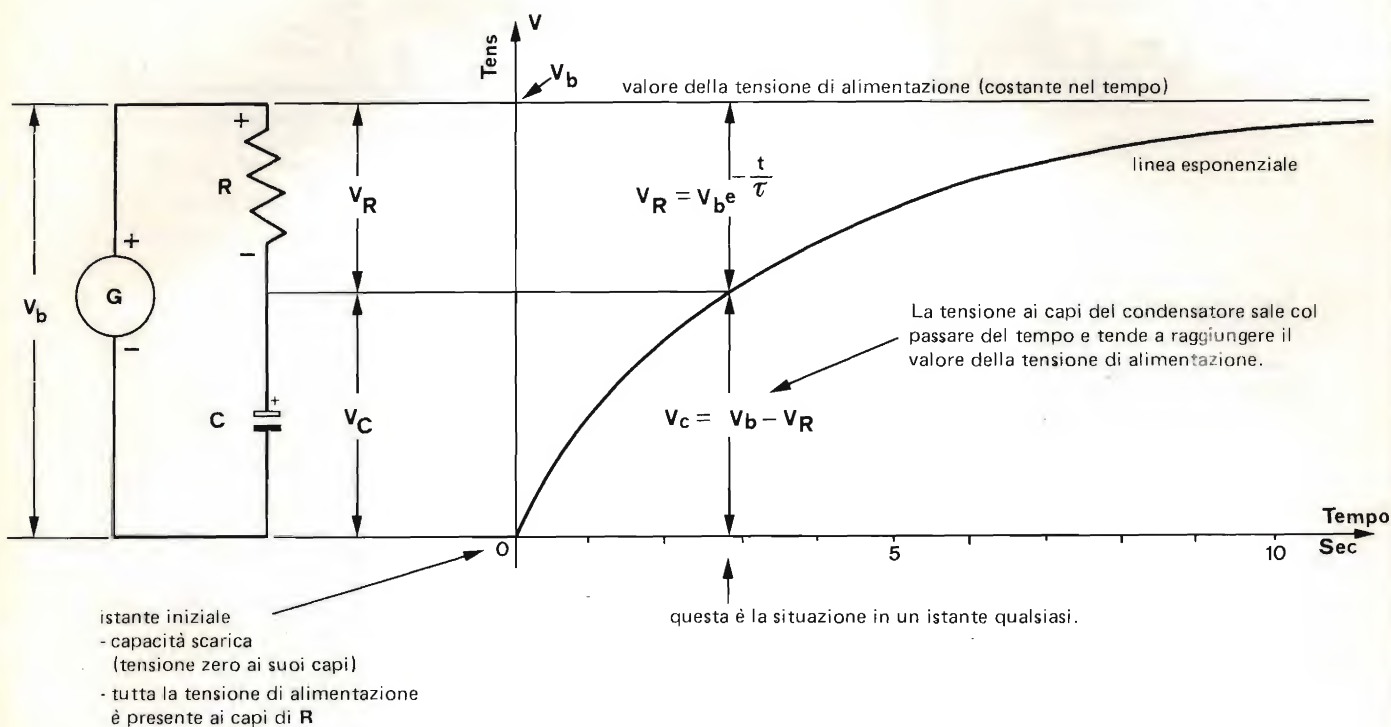
Questa caduta di tensione è funzione esponenziale del tempo che passa

$$V_R = V_b e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\frac{t}{\tau}$  tempo che passa  
costante di tempo =  $RC$  (vedi pag. 5)

numero fisso = 2.718

tensione di alimentazione



Conosciuta la legge con la quale la tensione  $V_R$  varia col passare del tempo, si può determinare quella con la quale la tensione  $V_C$  varia col passare del tempo per semplice differenza.

Essendo

$$V_C = V_b - V_R$$

si sostituisce il valore noto di  $V_R$   
(v. Figura)

$$V_C = V_b - V_b e^{-\frac{t}{\tau}}$$

e, con un po' di algebra elementare, trasformando opportunamente, si arriva alla relazione finale.

tensione ai capi della capacità

$$V_C = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) V_b$$

tempo che passa

tensione di alimentazione

costante di tempo =  $RC$  (vedi pag. 5)

numero fisso = 2.718



### TEMPO DI CARICA E COSTANTE DI TEMPO PER UN CIRCUITO RC

Il tempo di carica di un circuito **RC** (resistenza in serie ad una capacità) è teoricamente infinito perchè la tensione sulla capacità non raggiunge mai la tensione di alimentazione.

In pratica però la carica può dirsi raggiunta dopo un tempo pari a 6 volte il fattore **RC**.

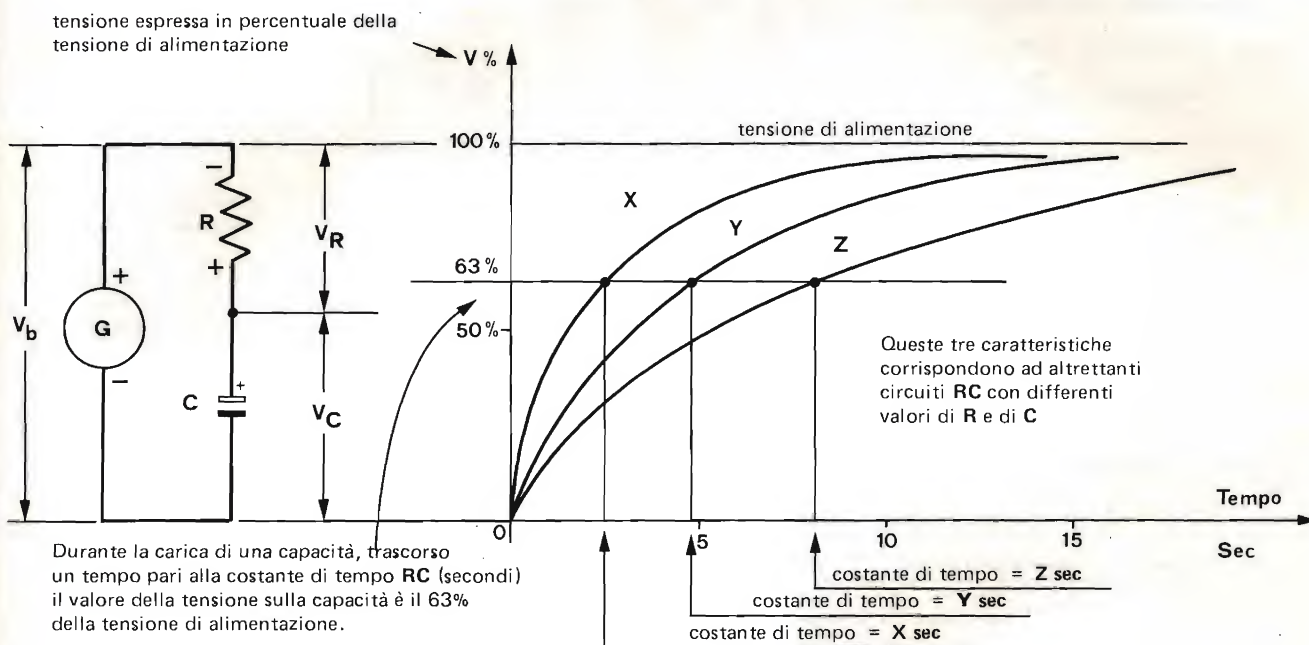
Si chiama **costante di tempo** (vedi 13.22) il prodotto

$$\text{costante di tempo in secondi} \rightarrow \tau = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{resistenza in ohm}}}{R} \underset{\substack{\leftarrow \\ \text{capacità in farad}}}{C}$$

Dunque, ripetiamo, il prodotto **RC** corrisponde ad un tempo in secondi.

Ora vogliamo dimostrare che in ogni circuito **RC** sottoposto a carica dopo un tempo pari al prodotto **RC** (secondi) dei rispettivi valori, la tensione sulla capacità raggiunge il 63% della tensione di alimentazione.

Prendiamo le caratteristiche di tre circuiti aventi differenti valori del prodotto **RC**.



Vediamo algebricamente perchè.

Nell'espressione algebrica della caratteristica (vedi 13.23)

$$V_C = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) V_b$$

il tempo  $t = \tau = RC$  fa diventare l'esponente uguale a 1, cioè

$$V_C = (1 - e^{-1}) V_b$$

Esprimendo sottoforma di frazione la potenza ad esponente negativo e sostituendo ad  $e$  il suo valore  $= 2.718$ , si ha

$$V_C = (1 - \frac{1}{2.718}) V_b$$

Completiamo i conti

$$V_C = (1 - 0,387) V_b$$

**Osservazione**

Riducendo **R** e aumentando **C** mantenendo costante  $\tau$ , aumenta il valore della corrente di carica.

$$V_C = 0,632 V_b$$

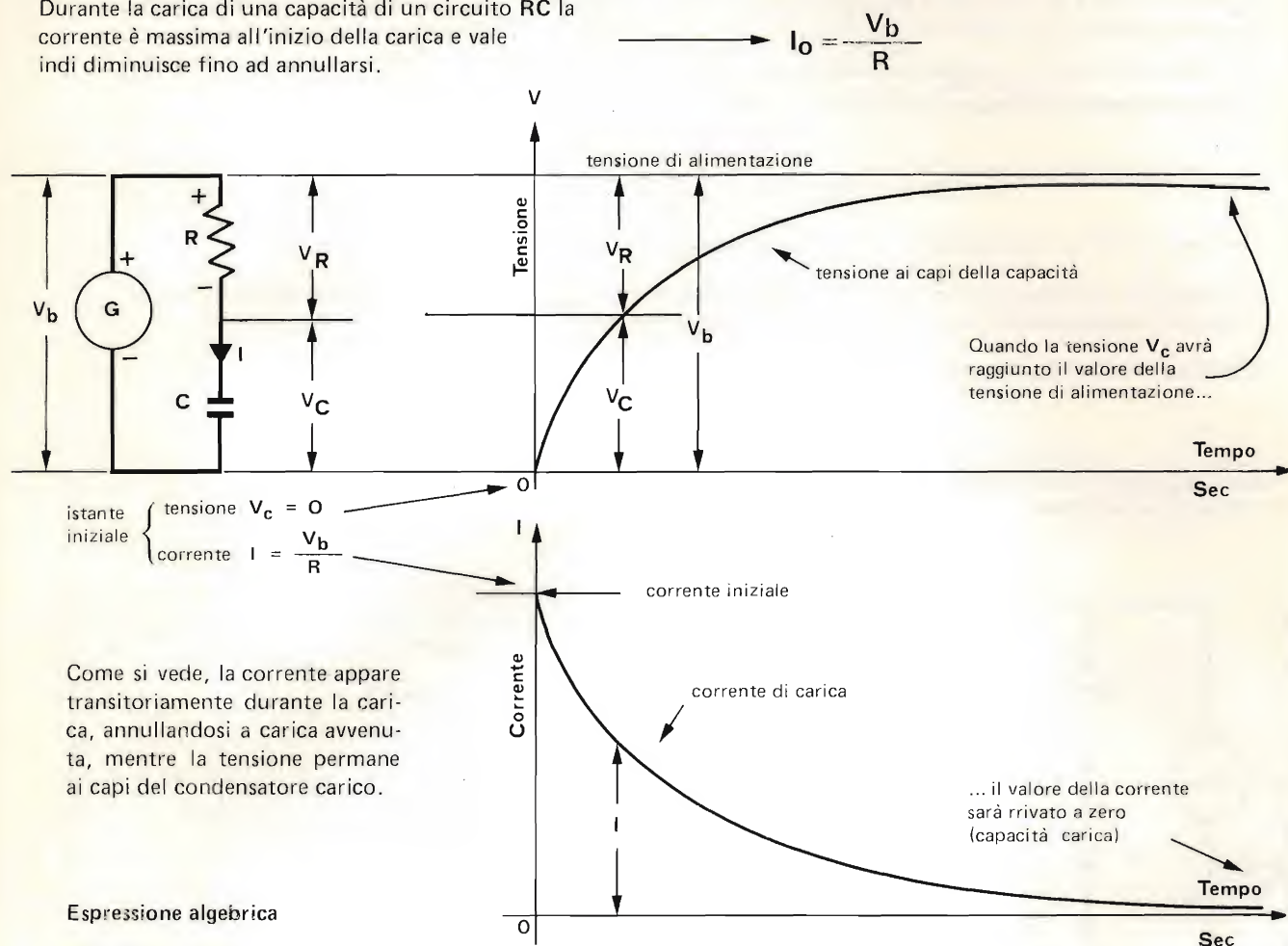
$$V_C = 63,2\% V_b$$

Questo è quanto volevamo dimostrare.



## ANDAMENTO DELLA CORRENTE DI CARICA DI UN CONDENSATORE

Durante la carica di una capacità di un circuito RC la corrente è massima all'inizio della carica e vale  $I_0 = \frac{V_b}{R}$  indi diminuisce fino ad annullarsi.



Espressione algebrica

$$I = \frac{V_b}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

numero fisso = 2.718

tensione di alimentazione in volt

tempo che passa in secondi

corrente di carica in ampere

$\frac{V_b}{R}$  = valore iniziale della corrente in ampere

$t$  = tempo in secondi

$RC$  = costante di tempo in sec.

capacità in farad

resistenza in ohm

### ATTENZIONE

Dopo un tempo  $t = RC$  la corrente è pari al 36,8% del valore iniziale.

**Dimostrazione** — Infatti, nell'espressione algebrica

$$I = \frac{V_b}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

si ponga  $t = RC$  e la frazione all'esponente diventa = 1 mentre l'espressione algebrica diventa

$$I = \frac{V_b}{R} e^{-1}$$

Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad  $e$  il suo valore = 2,718

$$I = \frac{V_b}{R} \frac{1}{2.718}$$

Completando i conti

$$I = \frac{V_b}{R} 0,368$$

Questo è quanto volevamo dimostrare

$$I = 36,8 \frac{V_b}{R}$$





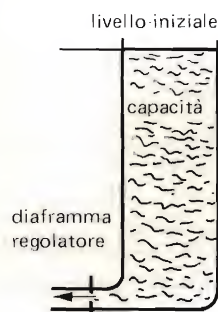
## FENOMENO DELLA SCARICA DI UN CONDENSATORE

Il fenomeno della scarica presenta delle analogie con quello della carica salvo che:

- il generatore non è più necessario
- si inverte il senso della corrente e di conseguenza
- si inverte la polarità della resistenza
- tensione e corrente scendono entrambe.

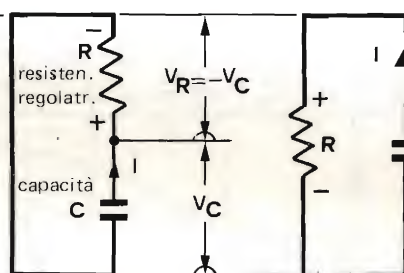
Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone idraulico.

Staccato il serbatoio pieno  
si lascia defluire l'acqua



A livello massimo la portata di deflusso è massima.  
La portata diminuisce man mano che il livello si abbassa

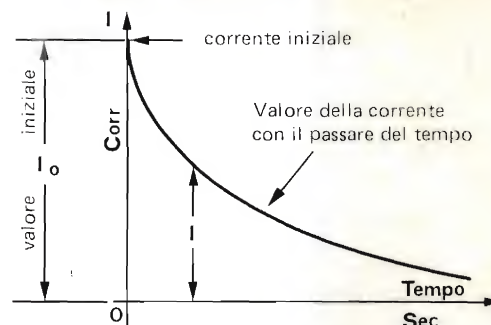
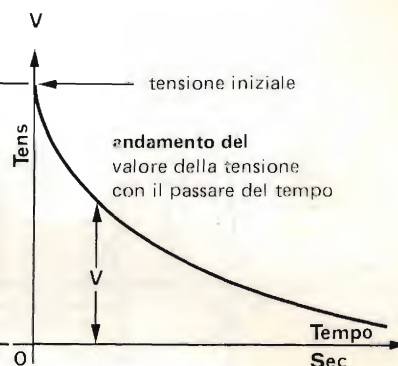
Staccata la capacità carica  
la si chiude sulla resistenza



Si constata l'inversione di polarità sulla resistenza.  
Ora è la capacità che funge da generatore e quindi

è più intuitivo disegnare il circuito in questo modo

A tensione massima si ha corrente massima  
Man mano che la tensione diminuisce, la corrente pure diminuisce



**Costante di tempo** - Valgono gli stessi concetti del fenomeno della carica, ma **ATTENZIONE**:

Dopo un tempo  $t = RC$  la tensione, ed anche la corrente, sono pari al 36,8% del valore iniziale.

**Vediamo algebricamente perché:**

Scriviamo l'espressione del valore della tensione in funzione del trascorrere del tempo.

$$V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

tensione iniziale in volt →  $V_0$   
tensione in volt funzione del tempo →  $V$   
tempo che passa in secondi →  $t$   
costante di tempo in secondi →  $RC$   
 $R$  = resistenza in ohm  
 $C$  = capacità in farad  
numero fisso = 2.718

Se si pone  $t = RC$  la frazione in esponente diventa = 1  
e l'espressione algebrica si modifica così:

$$V = V_0 e^{-1}$$

Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad  $e$  il suo valore = 2.718 l'espressione diventa

$$V = V_0 \frac{1}{2.718}$$

Completando i conti

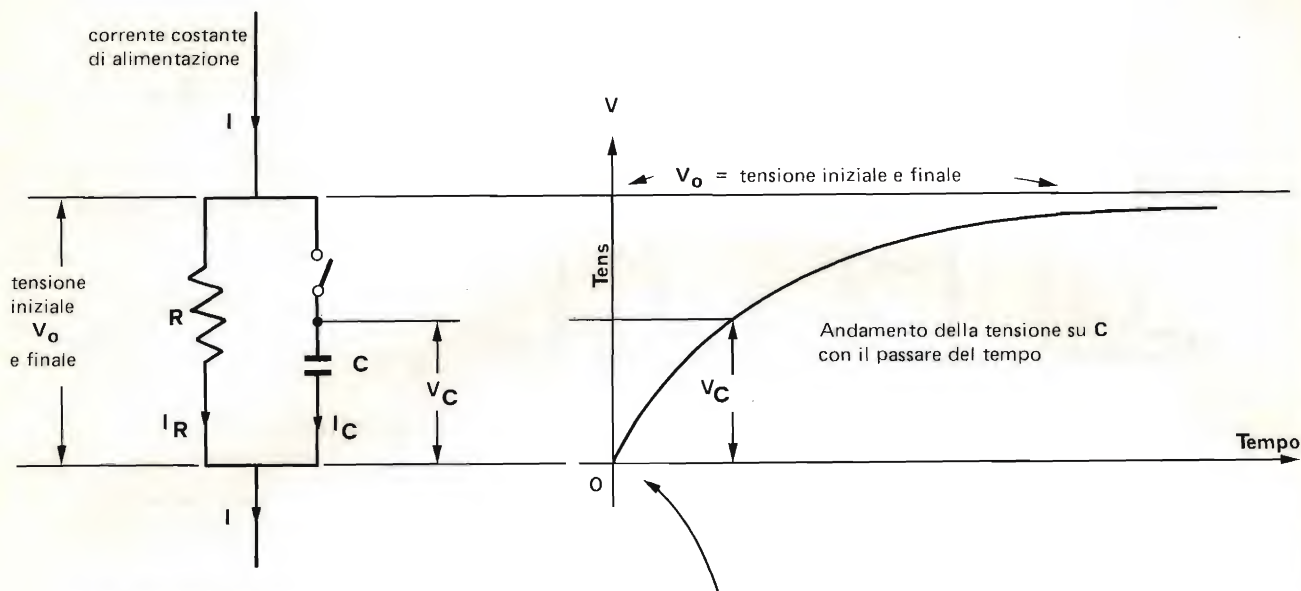
$$V = V_0 0.368$$

Per la corrente analogamente sostituendo  $V$  con  $I$   
Ed era ciò che volevamo dimostrare

$$I = 36.8\% I_0$$

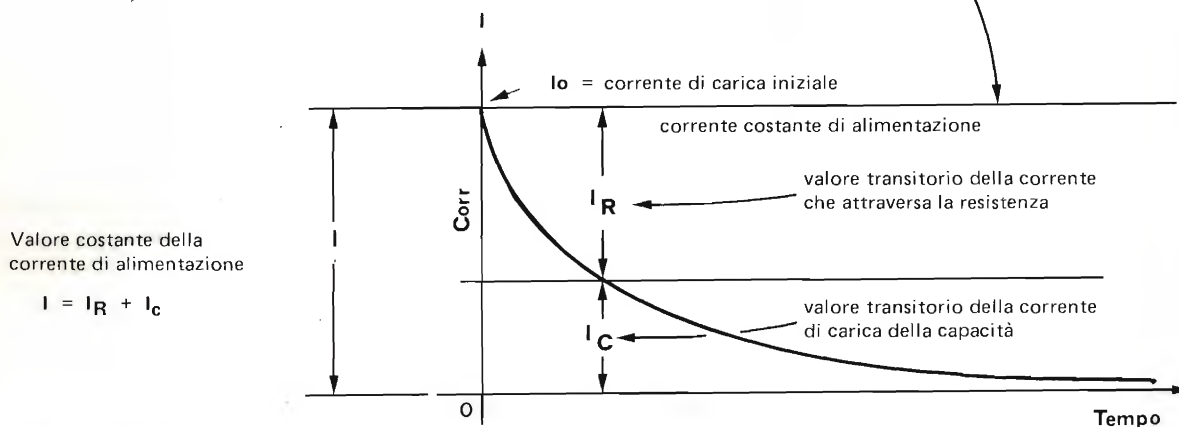
### CARICA DEL CONDENSATORE CON RESISTORE IN PARALLELO

L'alimentazione a corrente costante è meno intuitiva, ma non deve essere meno interessante per comprendere questo fenomeno che è molto importante in elettronica e per inquadrarlo nel principio di reciprocità fra tensione e corrente.



All'istante di chiusura dell'interruttore (inizio della carica):

- la tensione iniziale va a zero perchè la capacità è scarica e perciò  $V_C = 0$
- la corrente  $I_C$  che attraversa la capacità è massima ed uguale a  $I$  ( $I_C = I$ )
- la corrente  $I$  che attraversava la resistenza è zero perchè:
  - non c'è tensione ai suoi capi ( $V_0 = V_C = 0$ )
  - tutta la corrente  $I$  se l'è presa  $C$  ( $I_C = I$ )



Dopo un certo tempo, teoricamente infinito (fine della carica), si ha:

- la capacità è carica sotto tensione  $V_0$  e perciò
- la corrente di carica è zero ( $I_C = 0$ ) e perciò ancora
- la corrente che attraversa  $R$  ritorna al valore iniziale  $I$



Sezione : 1 Grandezze fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.2 Capacità  
Argomento : 13.24 Comportamento a regime variabile di tensione



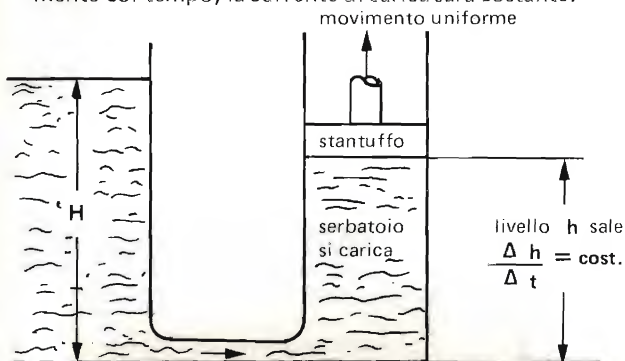
### CARICA DEL CONDENSATORE CON TENSIONE VARIABILE

Se abbiamo afferrato il concetto di capacità espresso al paragrafo 13.1, possiamo esaminare ora ciò che succede quando la capacità viene caricata con tensione che, invece di apparire tutta all'improvviso ai capi del circuito, viene inviata gradualmente secondo una determinata legge.

Per semplificare il concetto immagineremo qui che la legge con la quale faremo variare nel tempo la tensione sia lineare. Cioè sia  $V = k t$

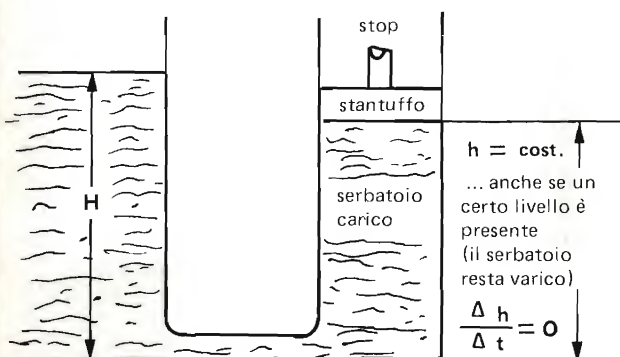
#### Fenomeno idraulico

Se in un serbatoio si fa crescere il livello uniformemente col tempo, la corrente di carica sarà costante.



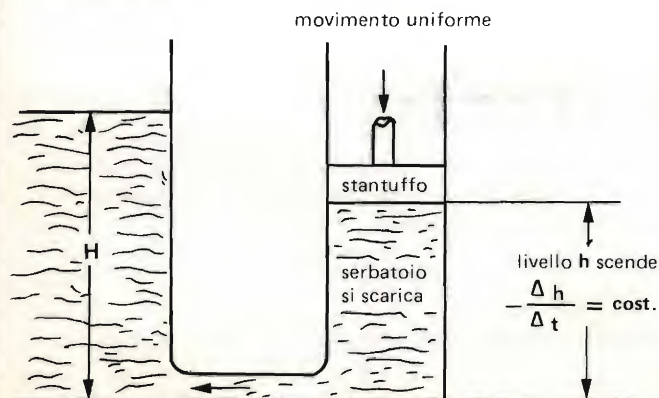
Flusso costante di carica

Se si arresta il movimento di salita del livello...



...il flusso di carica si arresta.

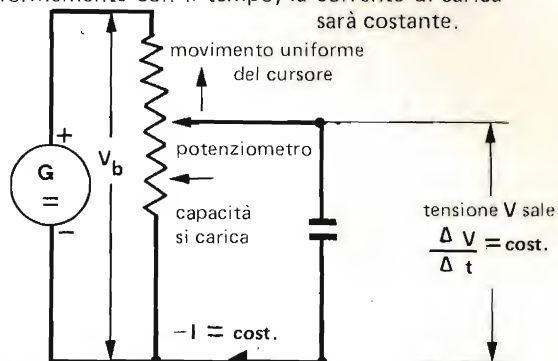
Se infine si fa abbassare il livello...



...il flusso di corrente si inverte (flusso di scarica)

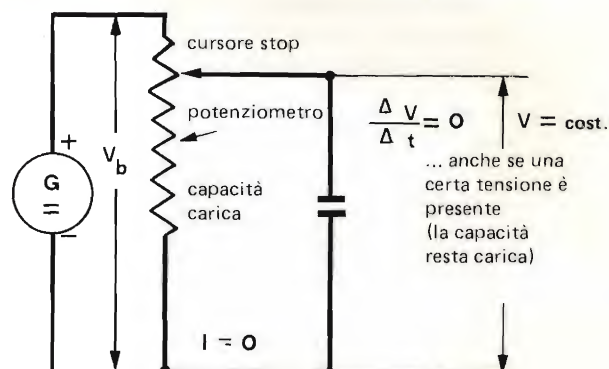
#### Fenomeno elettrico

Se ai capi di una capacità si fa crescere la tensione uniformemente con il tempo, la corrente di carica sarà costante.



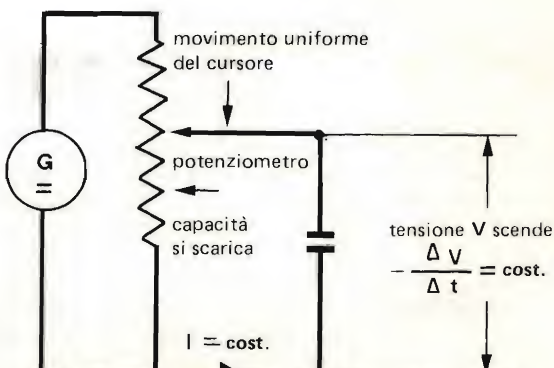
Corrente costante di carica

Se si arresta la salita della tensione...



... la corrente di carica si arresta.

Se infine si fa diminuire la tensione...



... la corrente si inverte (corrente di scarica)



## L'UNITA' DI MISURA SOTTO L'ASPETTO DINAMICO

Dai fenomeni comparati esaminati nella pagina precedente è evidente che:

### Situazione idraulica

Il flusso di carica del serbatoio

è proporzionale alla  
capacità del serbatoio

è proporzionale alla rapidità di  
variazione del livello

$$Q = C \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Da questa relazione si può dedurre il fenomeno inverso: alimentando il serbatoio con un flusso costante di liquido.

La rapidità di salita del livello

è direttamente proporzionale  
al flusso di carica

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{Q}{C}$$

è inversamente proporzionale  
alla capacità

Inoltre dalla stessa relazione si può anche ricavare la capacità del serbatoio

$$C = \frac{Q}{\frac{\Delta h}{\Delta t}}$$

capacità (kg/m) ←  $C$  ← flusso di carica (kg/sec) ←  $Q$   
← rapidità di salita del livello (m/sec) ←  $\frac{\Delta h}{\Delta t}$

Questa capacità non ha un nome particolare.

Si dirà che un serbatoio ha una capacità di tot kg al metro di livello quando, caricandolo con un flusso di tot kg al secondo, il livello del liquido contenuto aumenta di 1 metro al secondo.

### Situazione elettrica

la corrente di carica della capacità

è proporzionale al  
valore della capacità

è proporzionale alla rapidità di  
variazione della tensione applicata

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Da questa relazione si può dedurre il fenomeno inverso: alimentando il condensatore con un flusso costante di carica elettrica.

La rapidità di salita della tensione

è direttamente proporzionale  
alla corrente di carica

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{I}{C}$$

è inversamente proporzionale  
alla capacità

Inoltre dalla stessa relazione si può anche ricavare il valore della capacità

$$C = \frac{I}{\frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

capacità (F) ←  $C$  ← corrente di carica (A) ←  $I$   
← rapidità di salita della tensione (V/sec) ←  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$

Questa capacità ha un nome: **FARAD**

Si dirà che un dispositivo ha una capacità di tot farad (coulomb al volt di potenziale) quando caricandolo con una corrente di tot ampere (coulomb al secondo) il potenziale ai suoi capi aumenta di 1 volt al secondo.

In particolare si ha che:

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ ampere}}{1 \frac{\text{volt}}{\text{secondo}}}$$

in altre parole ancora:

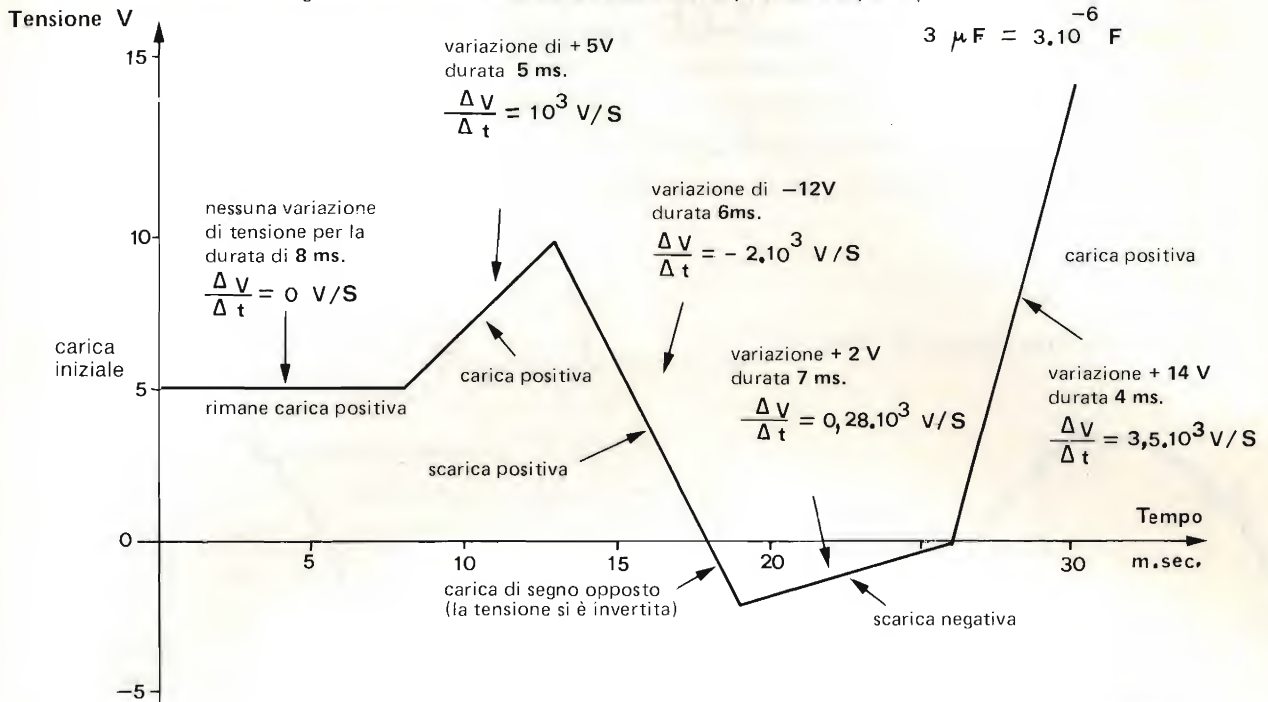
la capacità di 1 farad fa assorbire ai capi del circuito una corrente continua e costante di 1 ampere, se applico ai suoi capi una tensione uniformemente variabile in ragione di 1 volt/sec.

**Attenzione:** Le grandezze fisiche non sono omogenee con quelle elettriche: esse sono state messe a confronto solo per la loro sorprendente analogia intuitiva.

**Suggerimento;** Si confronti l'affascinante ed inevitabile identità con quanto descritto a pag. 13.10-2

### ESEMPIO DI CONDENSATORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI LINEARI DI TENSIONE

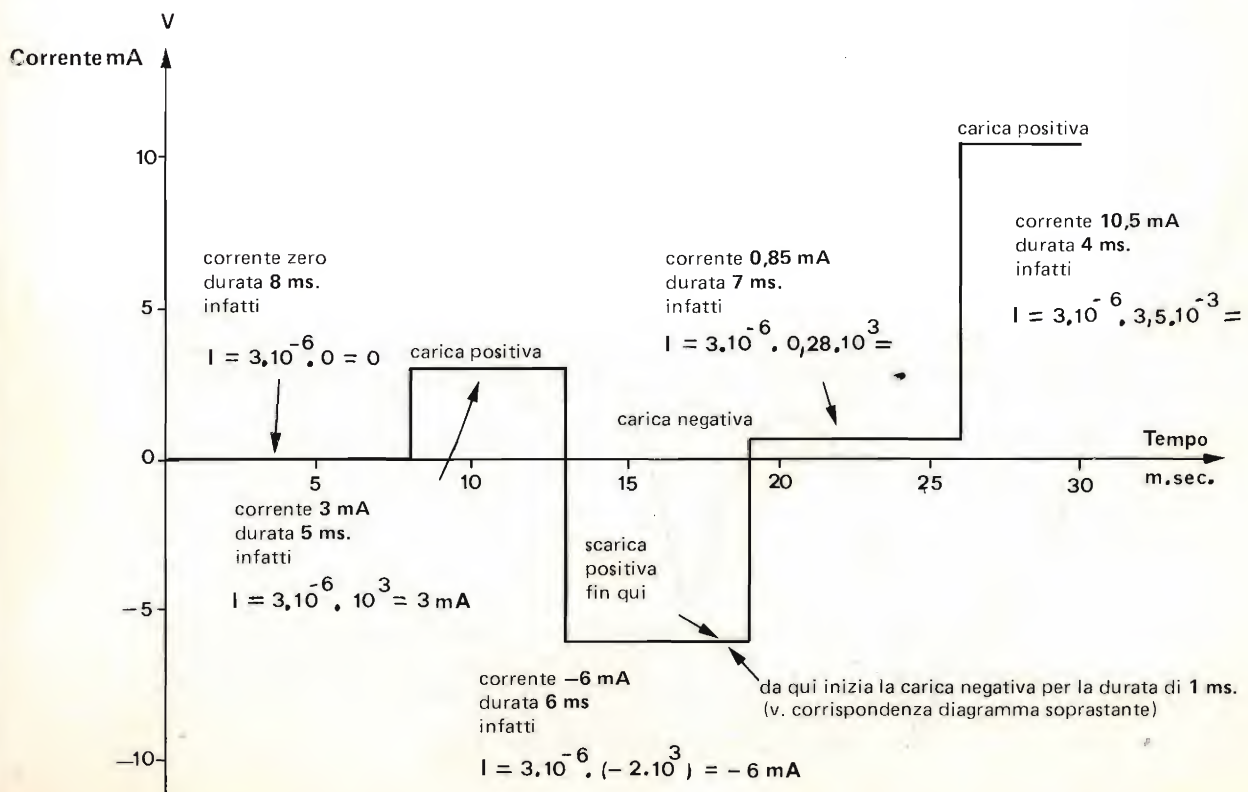
Dato il diagramma di variazione della tensione ai capi di una capacità di



U

Un diagramma identico al presente, ma traslato diversamente rispetto alle ordinate, avrebbe dato gli stessi risultati essendo la corrente di carica sensibile alle sole variazioni di tensione e non al suo valore istantaneo.

Tracciamo qui sotto il diagramma contemporaneo dell'andamento della corrente di carica e scarica.



### ESEMPIO DI CONDENSATORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI QUALSIASI DI TENSIONE

Dato il seguente diagramma della tensione applicata ai capi di una capacità da  $5\mu F = 5 \cdot 10^{-6} F$ .

In questo caso gli intervalli di tempo in cui si verifica un determinato valore di  $\Delta V / \Delta t$  sono infinitesimi (istantanei), dato che anche le stesse variazioni cambiano ad ogni istante.

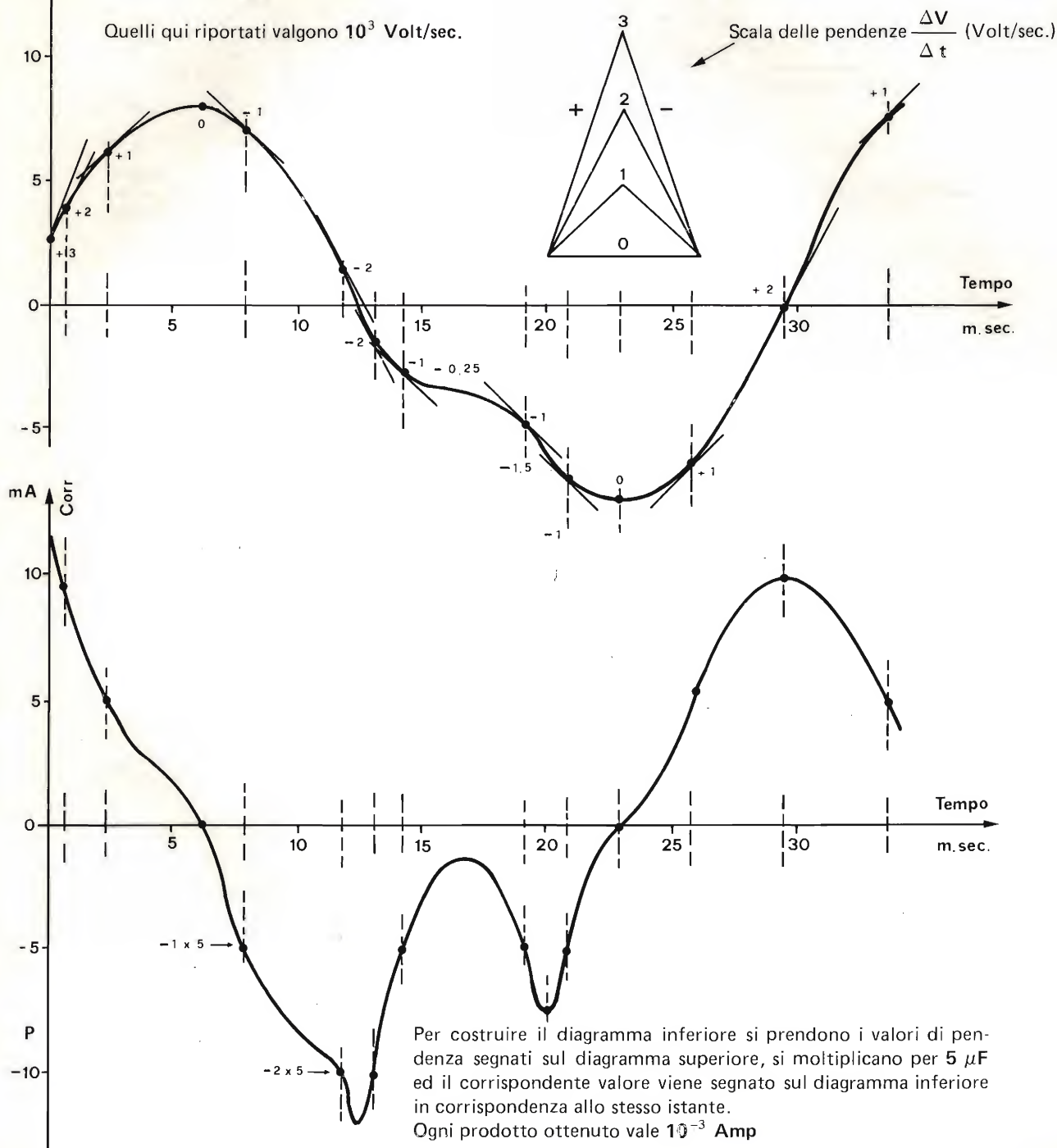
Intervalli di tempo finiti possono però essere determinati sulle tangenti dei punti più significativi.

Un metodo potrebbe essere quello qui applicato.

Costruita una scala delle pendenze, si determinano le tangenti ai vari punti della curva che hanno pendenza intera.

Cioè i valori di  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$  sono interi.

Quelli qui riportati valgono  $10^3$  Volt/sec.





## Paragrafo 13.3

### INDUTTANZA

arg. 13.31 — **Concetti generali**

- pag. 1 — Definizione di induttanza  
— Confronti
- pag. 2 — Unità di misura dell'induttanza: henry  
— Confronti.

arg. 13.32 — **Fenomenologia della carica**

- pag. 1 — Carica a tensione costante dell'induttore
- pag. 2 — Studio della carica a tensione costante dell'induttore
- pag. 3 — Similitudini nel fenomeno della carica di un induttore
- pag. 4 — Studio del fenomeno della carica di un induttore
- pag. 5 — Tempo di carica e costante di tempo per un circuito RL
- pag. 6 — Andamento della corrente di carica di un induttore

arg. 13.33 — **Informazioni complementari**

- pag. 1 — Fenomeno della scarica di un induttore
- pag. 2 — Carica dell'induttore con resistore in parallelo

arg. 13.34 — **Comportamento a regime variabile di corrente**

- pag. 1 — Carica dell'induttore con corrente variabile
- pag. 2 — L'unità di misura sotto l'aspetto dinamico
- pag. 3 — Esempio di induttore sottoposto a variazioni lineari di corrente
- pag. 4 — Esempio di induttore sottoposto a variazioni qualsiasi di corrente.



## DEFINIZIONE DI INDUTTANZA

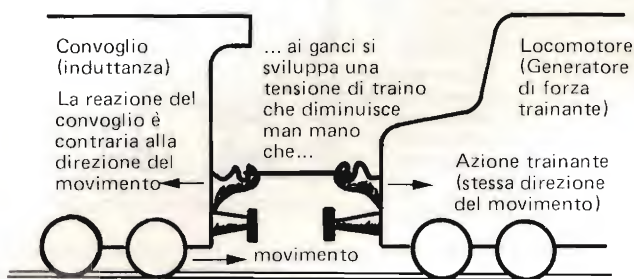
Induttanza elettrica è quella proprietà che hanno tutti i corpo ed in particolare gli induttori (v. sez. 2) di immagazzinare delle qualità di elettricità in movimento.

Questa energia accumulata è presente sotto forma di corrente elettrica che attraversa l'induttanza e non può essere annullata senza essere dispersa sotto forma di calore (dissipazione) o accumulata sotto altra forma.

### CONFRONTI

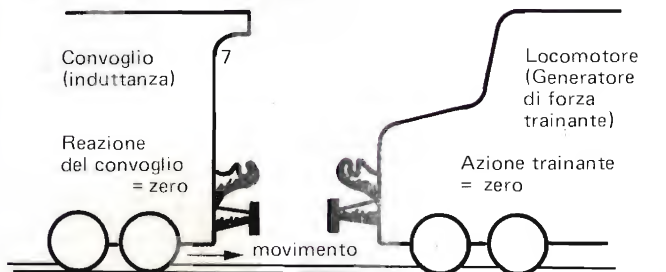
#### Ferrovioario

Quando si traina un convoglio ferroviario...



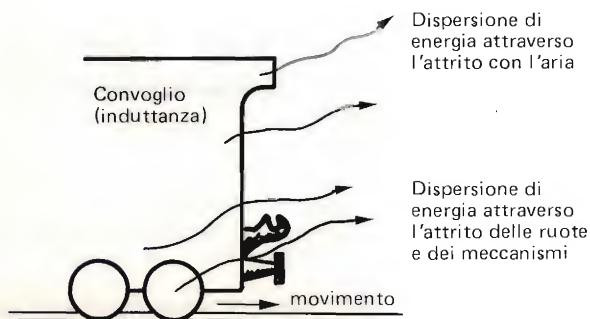
...il convoglio aumenta di velocità e quindi anche di energia cinetica.

Raggiunta la velocità voluta,



se non ci fossero attriti, la velocità potrebbe essere mantenuta indefinitamente.

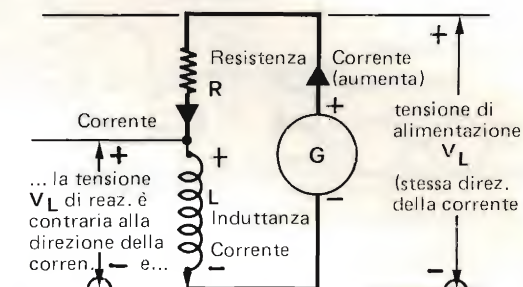
anche quando il locomotore è staccato.



Purtroppo invece gli attriti ci sono e il convoglio rallenta fino a fermarsi.

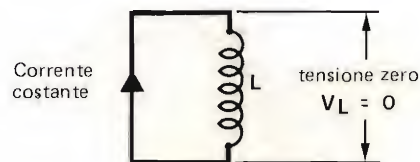
#### Elettrico

Quando si mettono in moto delle cariche elettriche in una induttanza...



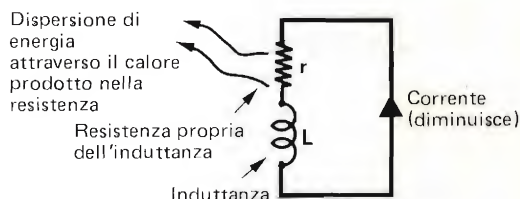
...diminuisce man mano che le cariche aumentano di velocità e quindi anche di energia cinetica.

Raggiunta la corrente voluta,



se l'induttanza fosse priva di resistenza propria, la corrente potrebbe essere mantenuta indefinitamente, mettendo in corto circuito l'induttore prima di staccarlo dal generatore.

L'esistenza di questo fenomeno che sembra paradossale, è messo in evidenza dalla scintilla che si forma nell'interruttore, quando si apre un circuito induttivo, non potendosi arrestare di colpo l'energia cinetica esistente nel circuito stesso.



Purtroppo invece le resistenze proprie ci sono e la corrente diminuisce fino ad annullarsi.



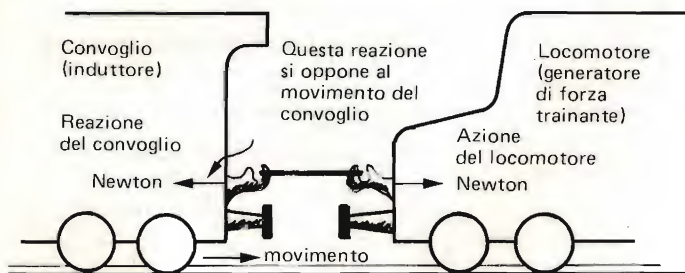
**UNITA' DI MISURA DELL'INDUTTANZA: HENRY**

**CONFRONTI**

**Ferrovionario**

L'inerzia di un convoglio (cioè l'attitudine a immagazzinare energia cinetica) si può definire in questo modo:

per quanto tempo si deve applicare una certa tensione di traino (newton-secondi) per far raggiungere al convoglio la velocità di un metro al secondo.



Il rapporto

$$\frac{\text{newton-secondi}}{\text{metri / secondo}}$$

definisce l'inerzia del convoglio e scriveremo concisamente

$$M = \frac{Ft}{v}$$

forza applicata di newton  
durata dell'applicazione: sec.  
impulso di moto in newton-secondi  
velocità raggiunta dal convoglio (m/sec) alla fine dell'impulso  
Inerzia del convoglio

Questa inerzia in fisica si chiama **massa**

Si dice che un convoglio ha

una massa di **tot kgM** quando gli si devono applicare **tot newton** di forza di traino per la durata di **un secondo** per fargli raggiungere la velocità di **un metro / sec.**

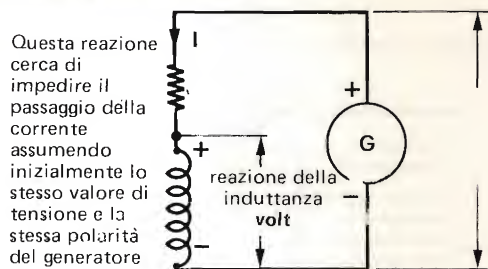
**Attenzione:**

Le grandezze fisiche non sono omogenee con quelle elettriche: esse sono state messe in paragone solo per la sorprendente analogia intuitiva.

**Elettrico**

L'induttanza di un dispositivo (cioè l'attitudine ad immagazzinare energia elettrocinetica) si può definire in questo modo:

per quanto tempo si deve applicare una certa tensione elettrica (volt-secondi) per far raggiungere al dispositivo la corrente di un ampere (= coulomb al secondo).



Il rapporto

$$\frac{\text{volt-secondi}}{\text{ampere}}$$

definisce l'induttanza del circuito e scriveremo concisamente

$$L = \frac{Vt}{I}$$

tensione applicata in volt  
durata dell'applicazione in sec.  
impulso di tensione in volt-secondi  
corrente raggiunta nel circuito (ampere) alla fine dell'impulso  
induttanza del circuito

L'unità di misura di questa induttanza si chiama **Henry**.

Si dice che un circuito ha

una induttanza di **tot Henry** quando gli si devono applicare **tot volt** di tensione per la durata di **un secondo** per fargli raggiungere la corrente di **un ampere**.

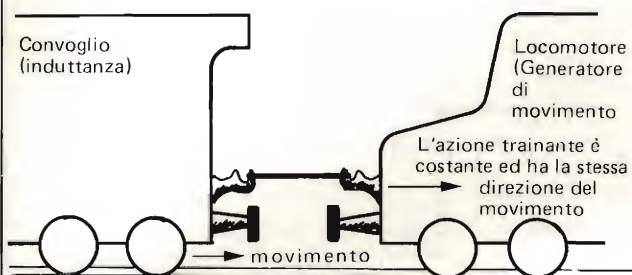
In particolare si ha che

$$1 \text{ henry} = \frac{1 \text{ volt} \cdot 1 \text{ secondo}}{1 \text{ ampere}}$$

### CARICA A TENSIONE COSTANTE DELL'INDUTTORE

Per esaminare il fenomeno nella sua completezza è meglio cominciare a considerare questo caso particolare facendo i soliti confronti ferroviari.

Se un locomotore traina un convoglio esercitando al gancio uno sforzo costante



...il convoglio aumenterà di velocità in modo da mantenere costante l'accelerazione.

Sarà cioè:

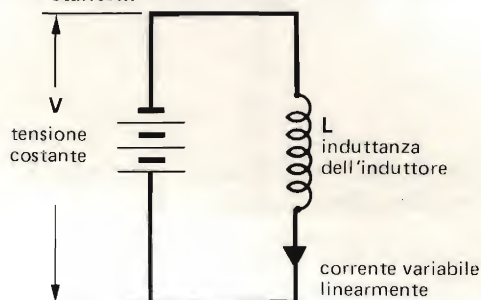
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{E}{M}$$

Sforzo al gancio in newton

massa del convoglio in kg.

accelerazione del convoglio (rapidità di variazione della sua velocità in m/sec/sec).

Se un induttore viene caricato a tensione costante...



...la corrente che l'attraversa varierà con una rapidità secondo la seguente espressione

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}$$

tensione applicata in volt

induttanza in henry

rapidità di variazione della corrente in A/sec.

#### Conclusione

Se la tensione **aumenta**  
 Se la tensione **diminuisce**  
 Se la tensione **si annulla**  
 Se la tensione **si inverte**

la corrente aumenta più rapidamente  
 la corrente aumenta meno rapidamente  
 la corrente si mantiene all'ultimo valore  
 la corrente diminuisce con una certa rapidità fino ad annullarsi dopo di che la corrente si inverte e continua ad aumentare negativamente (cioè continua a diminuire).

Il fenomeno è meno intuitivo di quello relativo alla capacità, ma vale la pena di confrontare l'analogia (13.22-1).

## STUDIO DELLA CARICA A TENSIONE COSTANTE DELL'INDUTTORE

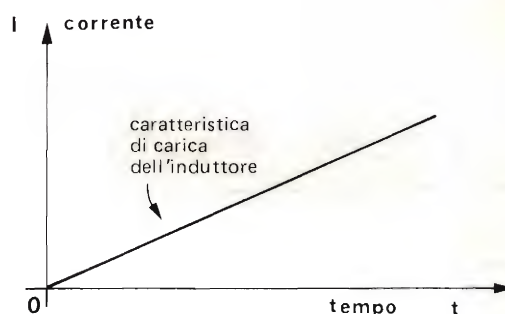
Abbiamo visto che la legge con la quale si determina la rapidità di variazione della corrente che attraversa l'induttore è la seguente:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}$$

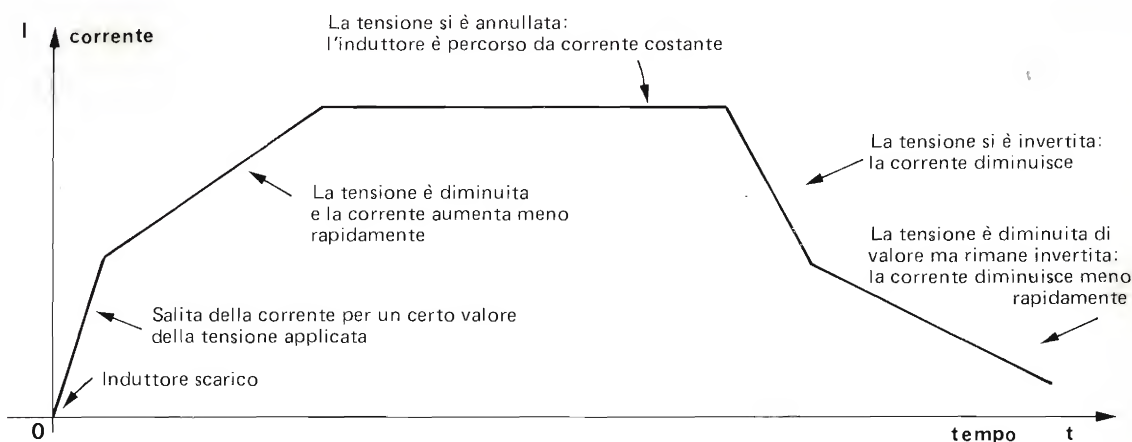
E' evidente che se la tensione  $V$  è costante, la rapidità di crescita della corrente è pure costante, ciò significa che la corrente cresce regolarmente al passare del tempo.

La rappresentazione grafica del fenomeno è quella segnata a lato.

L'inclinazione della caratteristica dipende dal valore della tensione di carica.



Qualora il valore della tensione applicata subisca delle variazioni, la caratteristica si presenterebbe come segue:



Se si volesse conoscere il valore della corrente in funzione del tempo che passa, l'espressione precedente si scrive come segue:

$$\Delta I = \frac{V}{L} \Delta t$$

Valore della tensione applicata (volt) →  $V$

Intervallo di tempo in secondi in cui la tensione mantiene costante il suo valore →  $\Delta t$

Valore della induttanza (henry) →  $L$

Variazione di corrente in Amp. che si riscontra dopo l'intervallo di tempo in cui la tensione si è mantenuta costante ad un determinato valore. →  $\Delta I$

Constatare l'analogia con il comportamento della capacità (13.22-2).



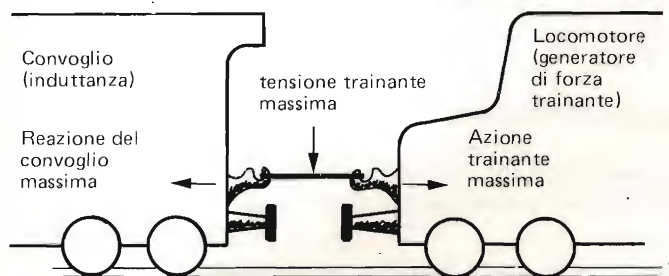
## SIMILITUDINI NEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN INDUTTORE

Quando si sottopone una induttanza scarica ad una sorgente di tensione, l'induttanza si carica di quantità di elettricità in movimento.

Il livello della quantità in movimento si rivela come una corrente che attraversa l'induttanza.

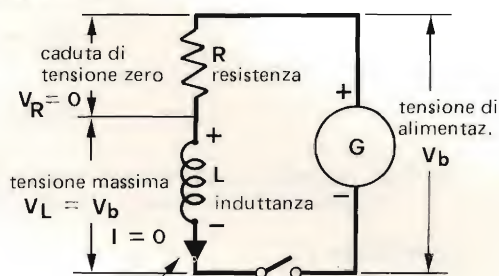
Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone ferroviario in tre fasi.

### CONDIZIONI INIZIALI (induttanza scarica)



velocità zero nell'istante in cui il locomotore si mette in moto:

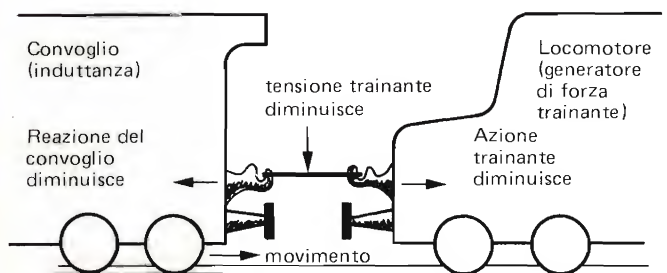
la reazione del convoglio contrasta l'azione trainante del locomotore.



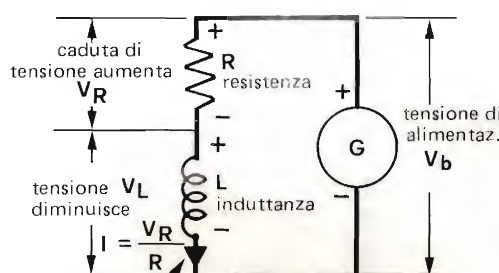
corrente zero nell'istante in cui l'interruttore si chiude (il generatore entra in azione)

la reazione dell'induttore si manifesta con una tensione uguale e contraria al generatore.

### CONDIZIONI TRANSITORIE (durante la carica)

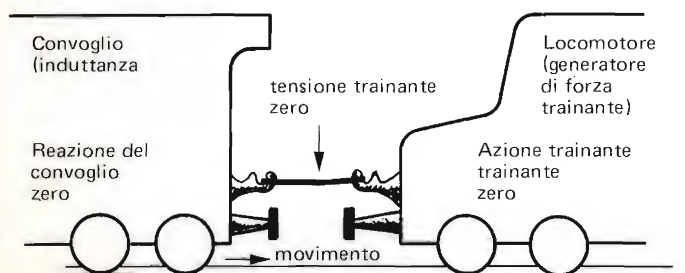


velocità aumenta perché col movimento diminuisce la reazione del convoglio



corrente aumenta nella misura in cui diminuisce la tensione contrastante  $V_L$ .

### CONDIZIONI FINALI (induttanza carica)

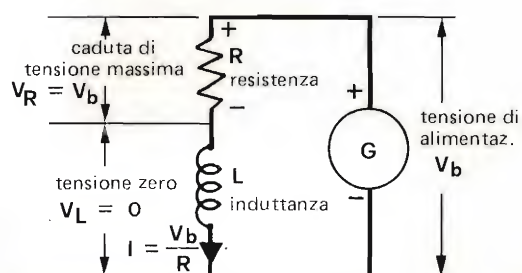


velocità massima

Essendo zero la tensione di reazione, questo convoglio può continuare il suo moto anche staccando il locomotore.

Sempre in assenza di attriti.

Aumentando il valore della resistenza  $R$  il fenomeno è più lento (vedi pagg. seguenti).



corrente massima

Essendo zero la tensione dell'induttore, esso può essere messo in corto circuito e la corrente continuerà a circolare anche staccando il generatore.

Sempre in assenza di

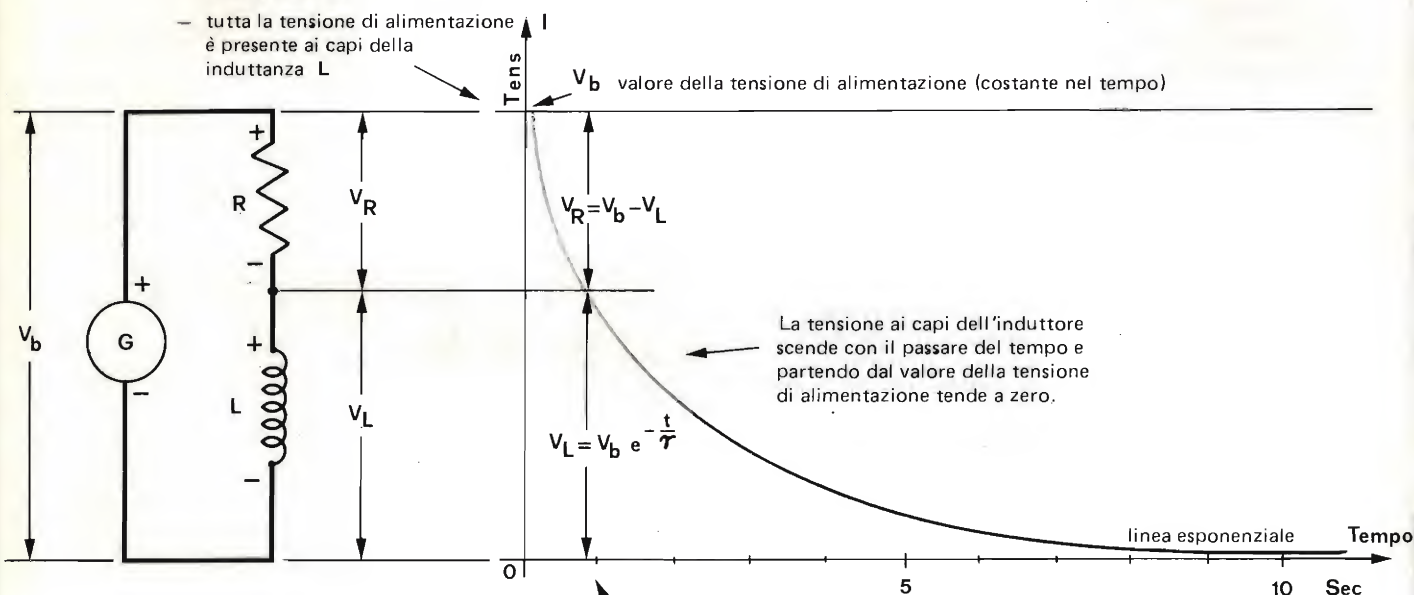
resistenze passive interne.

### STUDIO DEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN INDUTTORE

Esaminiamo la legge con la quale la tensione ai capi dell'induttanza scende con il tempo durante la carica.

Istante iniziale

- Induttanza scarica  
(nessuna corrente la attraversa)
- tutta la tensione di alimentazione  
è presente ai capi della  
induttanza L



La tensione ai capi dell'induttore  
scende con il passare del tempo e  
partendo dal valore della tensione  
di alimentazione tende a zero.

Questa è la situazione  
in un istante qualsiasi

tensione in volt  
ai capi  
dell'induttanza

$$V_L = V_b e^{-\frac{t}{\tau}}$$

tempo che passa in secondi

costante di tempo =  $L/R$  in secondi  
(vedi 13.32-5)

numero fisso = 2.718

tensione di alimentazione

### TEMPO DI CARICA E COSTANTE DI TEMPO PER UN CIRCUITO RL

Il tempo di carica di un circuito **RL** (resistenza in serie ad una induttanza) è teoricamente infinito perchè la tensione sull'induttanza non riesce ad andare a zero.

In pratica però, la carica può dirsi raggiunta dopo un tempo pari a 6 volte il rapporto  $\frac{L}{R}$

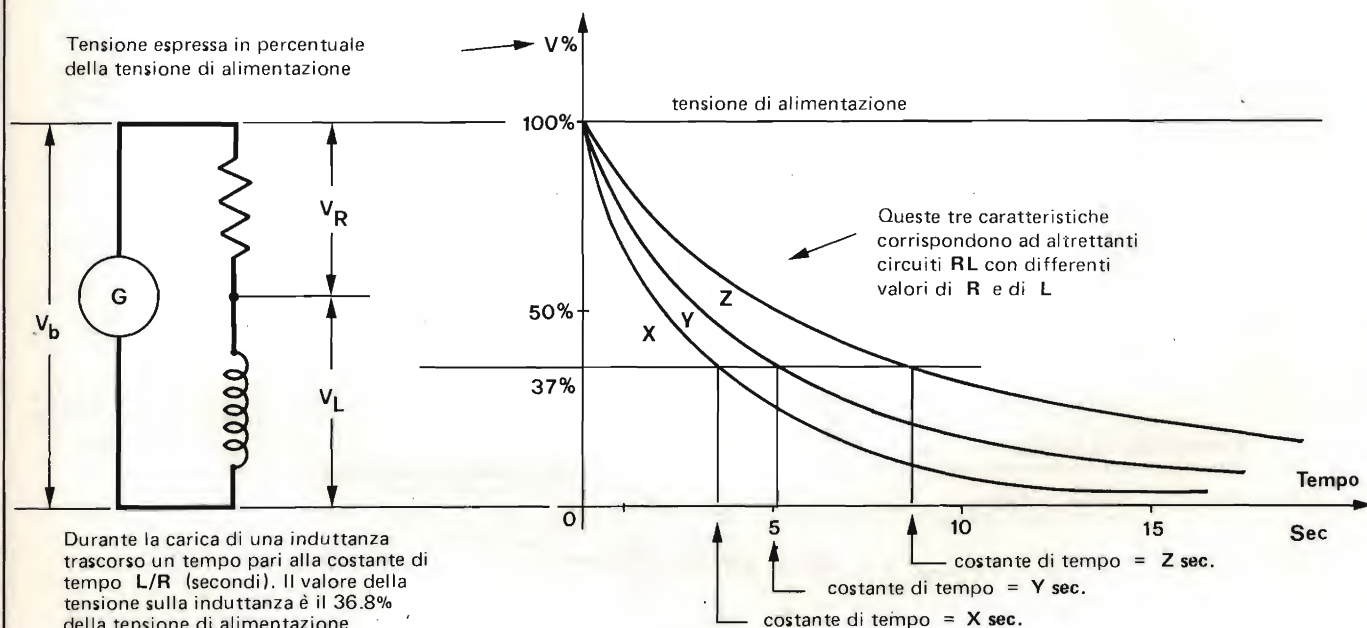
Si chiama **costante di tempo** (vedi 13.32-4) il rapporto

$$\text{costante di tempo in secondi} \rightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

Dunque, ripetiamo, il rapporto  $\frac{L}{R}$  corrisponde ad un tempo in secondi.

Ora vogliamo dimostrare che ogni circuito **RL** sottoposto a carica dopo un tempo pari al rapporto  $L/R$  (secondi) dei rispettivi valori, la tensione sull'induttanza raggiunge il 36.8% della tensione di alimentazione.

Prendiamo le caratteristiche di tre circuiti aventi differenti valori del rapporto  $\frac{L}{R}$



Vediamo algebricamente perchè.

Nell'espressione algebrica della caratteristica (vedi 13.23)

$$V_L = V_b e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Il tempo  $t = \tau = \frac{L}{R}$  fa diventare l'esponente = 1, cioè:

$$V_L = V_b e^{-1}$$

Esprimendo sotto forma di frazione la potenza ad esponente negativo e sostituendo ad  $e$  il suo valore = 2.718, si ha

$$V_L = V_b \frac{1}{2.718}$$

Completando i conti

$$V_L = V_b \cdot 0.368$$

Questo è quanto volevamo dimostrare

$$V_L = 36.8\% V_b$$

#### Osservazione

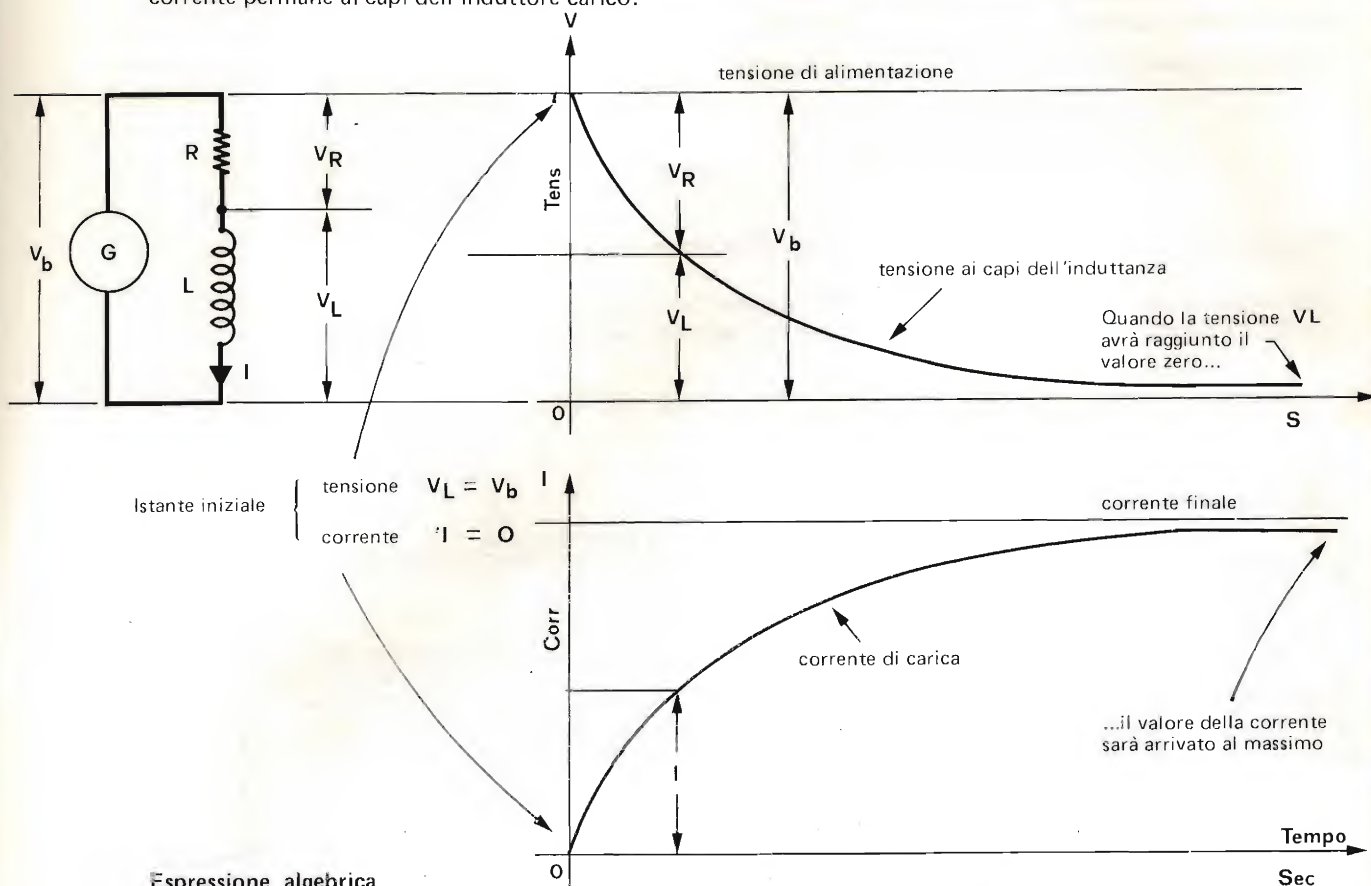
Riducendo sia  $R$  che  $C$ , mantenendo costante  $\tau$ , aumenta il valore della corrente di carica.



### ANDAMENTO DELLA CORRENTE DI CARICA DI UN INDUTTORE

Durante la carica di una induttanza in un circuito  $RL$ , la corrente è zero all'inizio della carica a causa della reazione di tensione  $V_L = V_b$  indi, la corrente aumenta fino a valore  $I_M = V_b / R$  mentre la tensione va a zero.

Come si vede, la tensione appare transitoriamente durante la carica, annullandosi a carica avvenuta, mentre la corrente permane ai capi dell'induttore carico.



Espressione algebrica

$$I = \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \frac{V_b}{R}$$

resistenza in ohm  $\rightarrow R$   
tempo che passa in secondi  $\rightarrow t$   
tensione di alim. in volt.  $\rightarrow V_b$   
resistenza in ohm  $\rightarrow R$   
induttanza in henry  $\rightarrow L$   
numero fisso = 2.718  $\rightarrow e$   
corrente di carica in ampère  $\rightarrow I$

### ATTENZIONE

Dopo un tempo  $t = \frac{L}{R}$  la corrente è pari al 63% del valore finale

Dimostrazione - Infatti, nell'espressione algebrica

Si ponga  $t = \frac{L}{R}$  e la frazione all'esponente diventa = 1 mentre la espressione algebrica diventa

Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad  $e$  il suo valore = 2.718

Completando i conti

Ed è ciò che volevamo dimostrare

$$I = \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \frac{V_b}{R}$$

$$I = \left(1 - e^{-1}\right) \frac{V_b}{R}$$

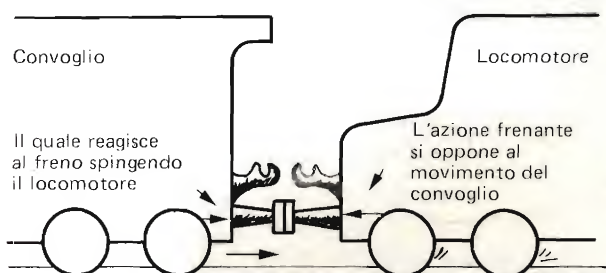
$$I = \left(1 - \frac{1}{2.718}\right) \frac{V_b}{R}$$

$$I = 0,632 \frac{V_b}{R}$$

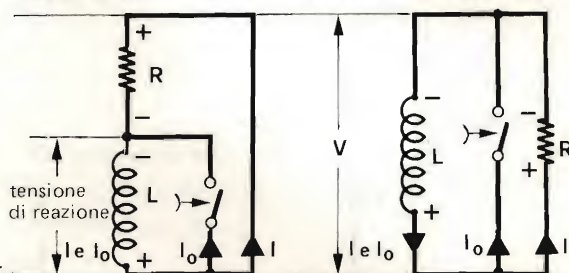
$$I = 63\% \frac{V_b}{R}$$

### FENOMENO DELLA SCARICA DI UN INDUTTORE

Per scaricare l'energia cinetica del convoglio lanciato (cioè per fermarlo) supponiamo (per accostarci meglio all'analogia) che soltanto il locomotore sia dotato di freni.



Per scaricare l'energia cinetica della induttanza carica di corrente in corto circuito, bisogna deviare la corrente di carica attraverso una resistenza senza aprire il circuito (altrimenti si scarica istantaneamente attraverso una scintilla fra i capi di apertura).

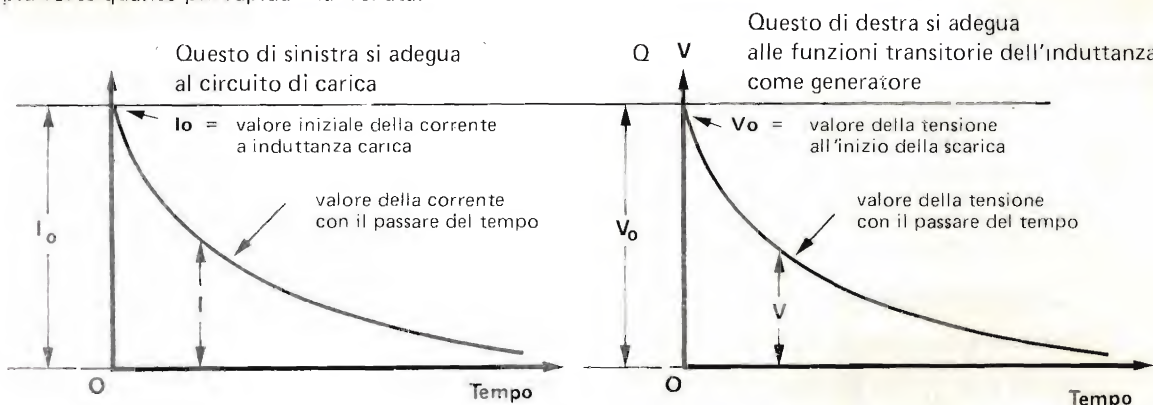


Al momento della frenata agiscono i respingenti (l'azione di traino è invertita), ma la spinta diminuisce man mano che la velocità diminuisce.

La spinta agisce nella direzione del movimento ed è tanto più forte quanto più rapida è la frenata.

Durante la scarica si crea una controtensione che tende ad evitare che la corrente diminuisca. E' l'induttanza ora che funge da generatore.

I due disegni sono funzionalmente identici.



All'inizio si hanno tensione e correnti massime. Poi diminuiscono insieme.

#### Costante di tempo

Valgono gli stessi concetti (vedi 13.24) del fenomeno della carica, ma **ATTENZIONE**

Dopo un tempo  $t = RC$  la corrente ed anche la tensione sono pari al 36.8% del valore iniziale.

#### Vediamo algebricamente perché

Scriviamo l'espressione del valore della corrente in funzione del passare del tempo.

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

corrente iniziale in ampère  
 corrente in ampère in funzione del tempo  
 resistenza in ohm  
 tempo in secondi  
 induttanza in henry  
 numero fisso = 2.718  
 $\frac{L}{R}$  = costante di tempo in secondi

Per  $t = \frac{L}{R}$  l'espressione algebrica diventa

Sostituendo i valori e completando i conti

Per la tensione analogamente sostituendo  $I$  con  $V$ .

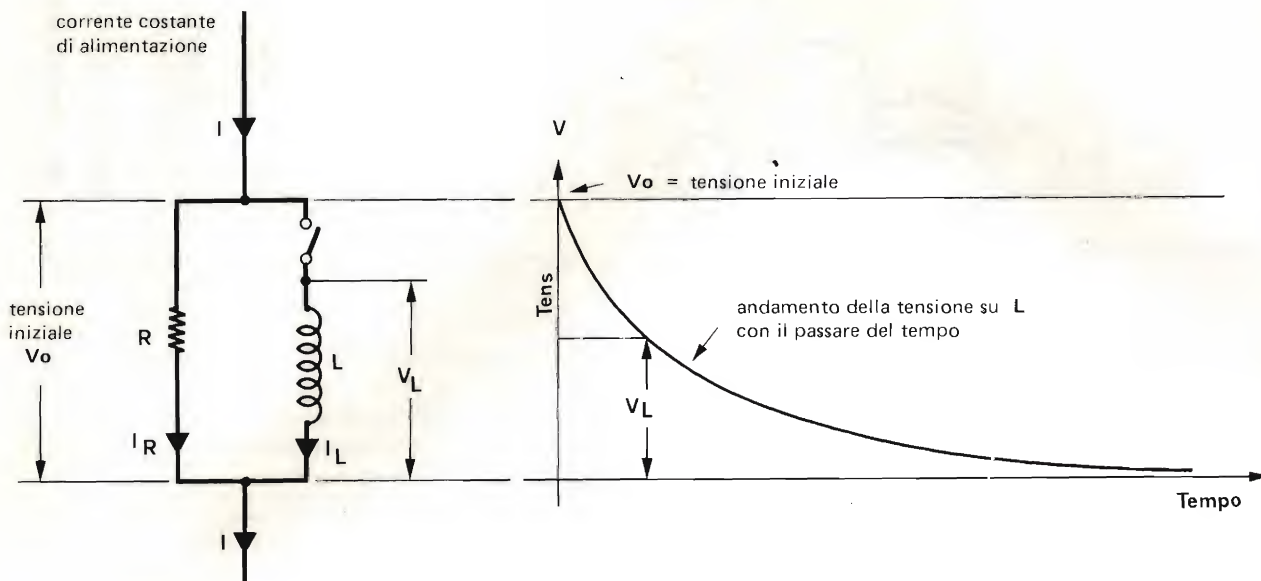
$$I = I_0 e^{-1}$$

$$I = I_0 \cdot 0.368$$

$$I = 36.8\% I_0$$

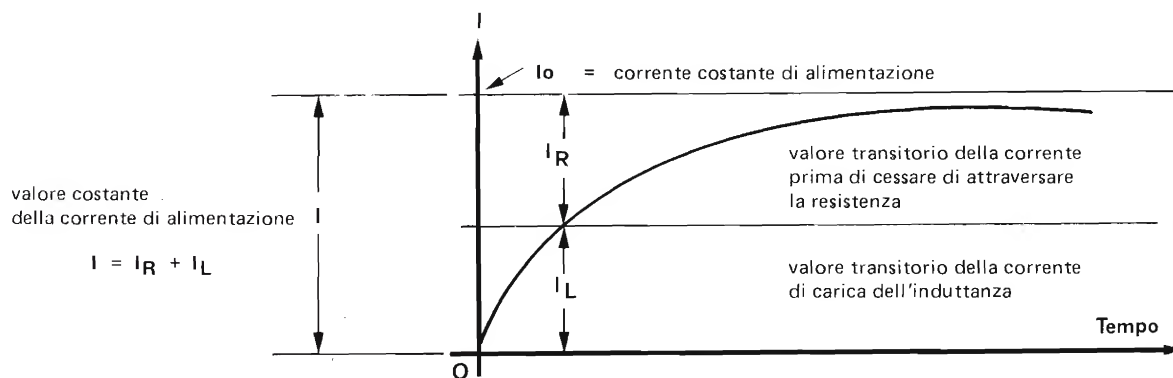
### CARICA DELL'INDUTTORE CON RESISTORE IN PARALLELO

L'alimentazione a corrente costante è meno intuitiva, ma non deve essere meno interessante per comprendere questo fenomeno che è molto importante in elettronica e per inquadrarlo nel principio di reciprocità fra tensione e corrente.



All'istante di chiusura dell'interruttore (inizio della carica):

- la tensione iniziale  $V_0$  resta immutata perchè generata dalla induttanza per opporsi alla corrente
- la corrente  $I_L$  che vorrebbe attraversare l'interruttore è zero ( $I_L = 0$ )
- la corrente  $I_R$  che attraversa la resistenza resta immutata



Dopo un certo tempo, teoricamente infinito (fine della carica), si ha:

- l'induttanza è carica con tutta la corrente  $I$  e perciò
- la controtensione  $V_L$  è zero ( $V_L = 0$ ) e perciò ancora
- la corrente che attraversa  $R$  si annulla ( $I_R = 0$ ) in pratica  $L$  ha cortocircuitato  $R$ .



### CARICA DELL'INDUTTORE CON CORRENTE VARIABILE

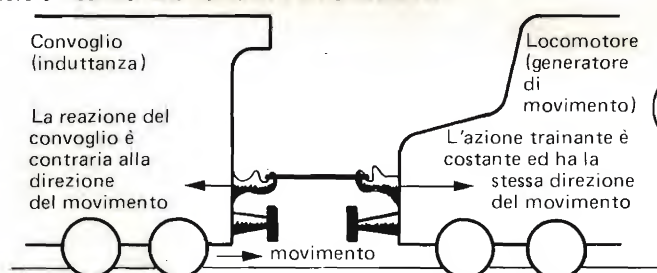
Una volta che si è afferrato il concetto di induttanza espresso al paragrafo 13.2, possiamo esaminare ciò che succede quando l'induttanza viene caricata con corrente che, invece di apparire tutta all'improvviso, viene inviata gradualmente secondo una determinata legge.

Per semplificare il concetto, immagineremo che la legge con la quale faremo variare nel tempo la corrente sia lineare.  
Cioè sia  $i = kt$

Torniamo ai soliti paragoni.

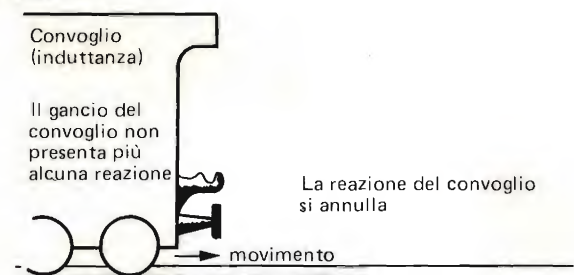
#### Fenomeno ferroviario

Se si traina un convoglio in modo che si provochi un aumento uniforme di velocità, occorre che al gancio si eserciti una forza di traino costante.

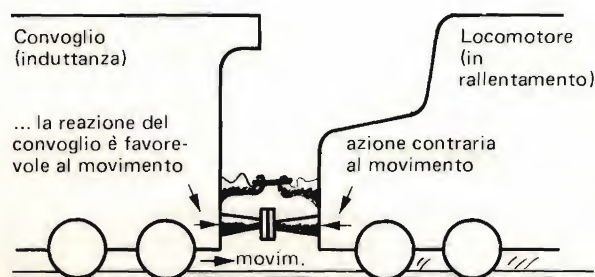


Finchè il convoglio continua ad aumentare regolarmente la velocità, è segno che l'azione trainante si mantiene costante.

Se ad un certo momento si toglie il locomotore, la velocità del convoglio cessa di aumentare, cioè si mantiene costante al valore raggiunto al momento del distacco



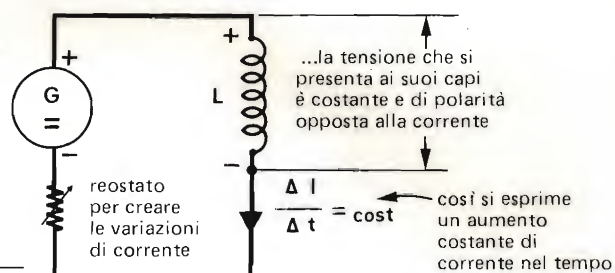
Se infine il locomotore si opponesse al movimento del convoglio in modo da fargli diminuire uniformemente la velocità...



...la reazione sarebbe identica anche se il movimento iniziasse a spinta sul convoglio fermo.

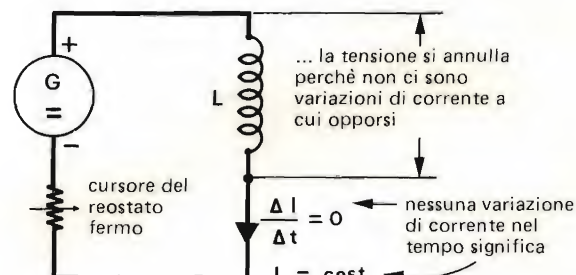
#### Fenomeno elettrico

Se si carica un'induttanza con una corrente uniformemente variabile...

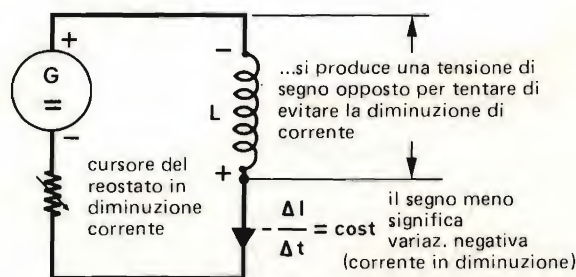


E' indispensabile che la corrente continui ad aumentare regolarmente se si vuole che la tensione si mantenga costante.

Se ad un certo momento non facciamo più aumentare la corrente e la manteniamo fissa ad un certo valore...



Se infine facessimo diminuire uniformemente la corrente nell'induttore...



La tensione sarebbe ugualmente di questo segno, se iniziassimo la carica invertendo la polarità del generatore.

## L'UNITA' DI MISURA DELL'INDUTTANZA SOTTO L'ASPETTO DINAMICO

Dai fenomeni comparativi esaminati nella pagina precedente è evidente che:

### Situazione ferroviaria

La forza che si sviluppa al treno come reazione alle variazioni di moto



Da questa relazione si può ricavare l'inerzia del convoglio (massa)

$$M = - \frac{F}{\frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

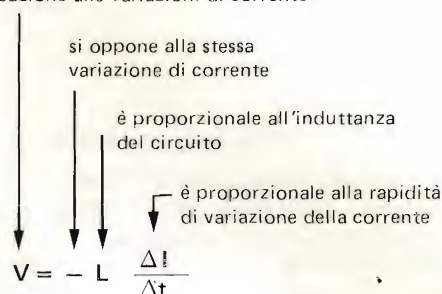
forza di reazione al traino  
 conseguente variazione col tempo della velocità  
 opposizione fra i due fattori

Questa inerzia in fisica si chiama **massa** e si misura in chilogrammi-massa (kgM).

Si ha un chilogrammo-massa inerziale in un corpo quando ad una azione acceleratrice misurata in metri/sec<sup>2</sup> si contrappone in uguale misura una forza misurata in newton.

### Situazione elettrica

La tensione che si crea ai morsetti come reazione alle variazioni di corrente



Da questa relazione si può ricavare l'induttanza del circuito

$$L = - \frac{V}{\frac{\Delta i}{\Delta t}}$$

forza di reazione alla variazione di corrente  
 variazione con il tempo della corrente  
 opposizione fra i due fattori

Questa inerzia in elettrotecnica si chiama **induttanza** e si misura in henry (H).

Si ha un henry di induttanza in un circuito quando ad una variazione di corrente misurata in ampere/sec si contrappone in uguale misura una tensione misurata in volt.

In particolare si ha che:

$$1 \text{ henry} = \frac{1 \text{ volt}}{1 \frac{\text{ampère}}{\text{secondo}}}$$

In altre parole ancora:

l'induttanza di 1 henry fa creare ai capi del circuito una tensione continua e costante di 1 volt se vi faccio passare una corrente uniformemente variabile in ragione di 1 amp/sec

**Attenzione:** Le grandezze fisiche non sono omogenee con quelle elettriche: esse sono state messe in paragone solo per la loro sorprendente analogia intuitiva.

**Suggerimento:** Si confronti l'affascinante ed inevitabile identità con quanto descritto a pag. 13.20-2.

**Avvertenza:** Nella relazione  $V = - L \frac{\Delta i}{\Delta t}$  in molti testi non compare il segno meno.

Ciò significa che convenzionalmente si è assunto come positivo il senso della corrente che entra nel polo positivo che si forma sull'induttore.

Anche noi, quando non sarà indispensabile il contrario, spesso trascureremo il segno meno.



Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del Circuito  
Paragrafo : 13.3 Induttanza  
Argomento : 13.34 Comportamento a regime variabile di corrente

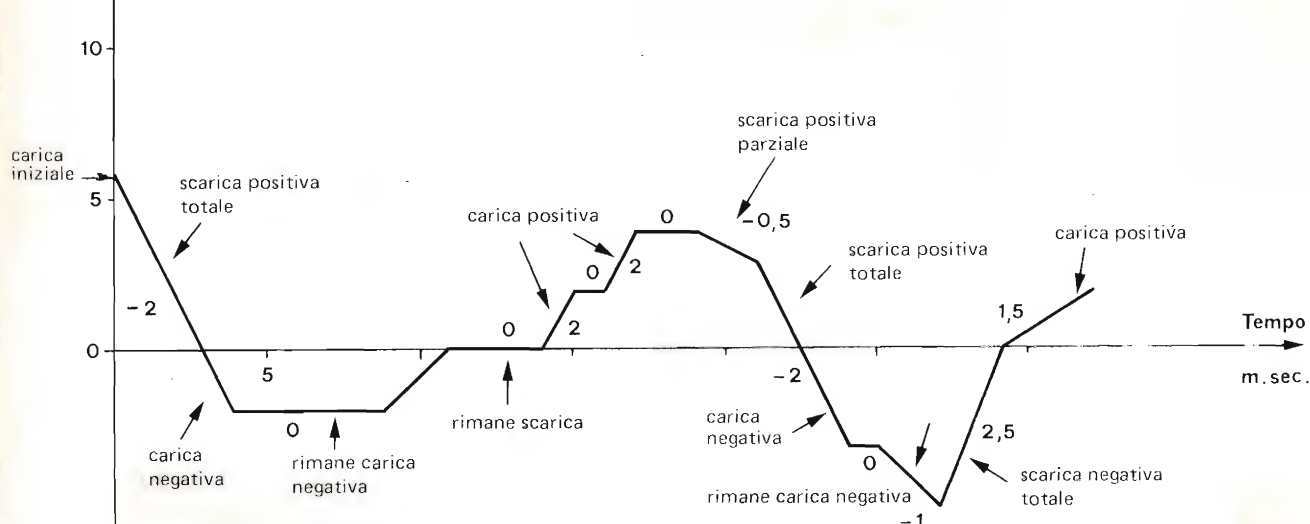


### ESEMPIO DI INDUTTORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI LINEARI DI CORRENTE

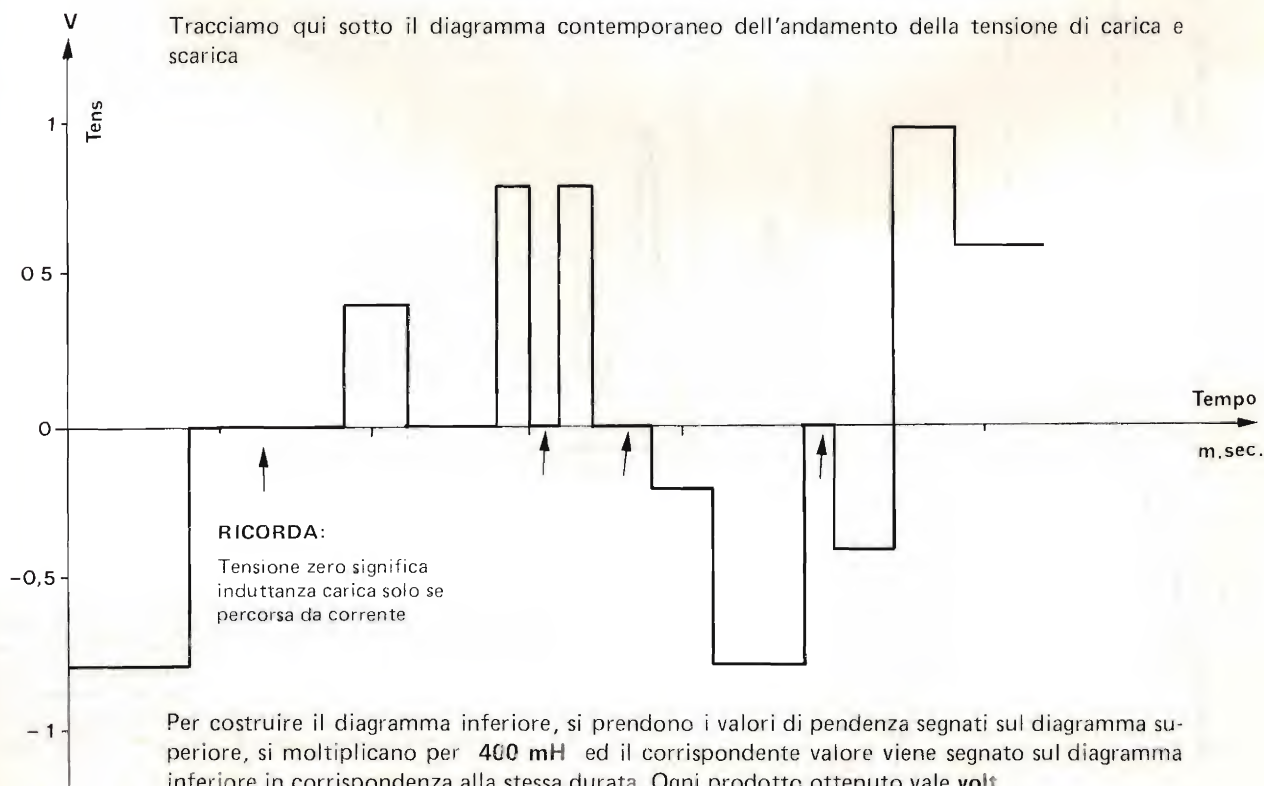
Dato il seguente diagramma di variazione della corrente attraverso una induttanza di  $400 \text{ mH} = 4 \cdot 10^{-1} \text{ H}$

Le pendenze equivalenti  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  sono segnate a fianco di ogni tratto rettilineo e valgono **Amp/sec.**

Un diagramma identico al presente, ma traslato diversamente rispetto alle ascisse, avrebbe dato gli stessi risultati essendo la tensione di carica sensibile alle sole variazioni di corrente e non al loro valore istantaneo.



Tracciamo qui sotto il diagramma contemporaneo dell'andamento della tensione di carica e scarica



Per costruire il diagramma inferiore, si prendono i valori di pendenza segnati sul diagramma superiore, si moltiplicano per  $400 \text{ mH}$  ed il corrispondente valore viene segnato sul diagramma inferiore in corrispondenza alla stessa durata. Ogni prodotto ottenuto vale volt.



### ESEMPIO DI INDUTTORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI QUALSIASI DI CORRENTE

Dato il seguente diagramma della corrente attraverso una induttanza di  $250 \text{ mH} = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ H}$

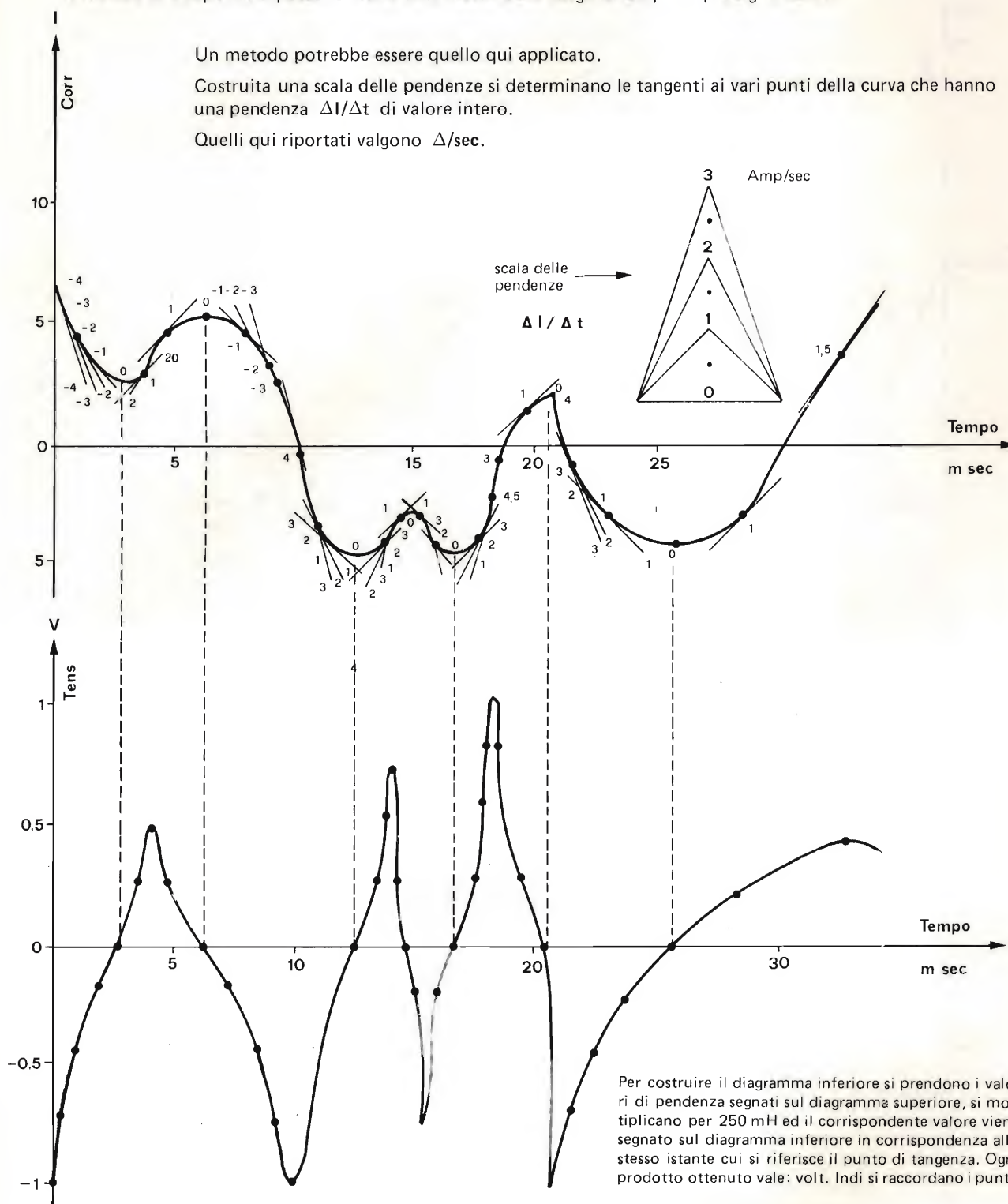
In questo caso gli intervalli di tempo in cui si verifica un determinato valore di  $\Delta I / \Delta t$  sono infinitesimi (istantanei), dato che anche le stesse variazioni cambiano ad ogni istante.

Intervali di tempo finiti possono essere determinati sulle tangenti dei punti più significativi.

Un metodo potrebbe essere quello qui applicato.

Costruita una scala delle pendenze si determinano le tangenti ai vari punti della curva che hanno una pendenza  $\Delta I / \Delta t$  di valore intero.

Quelli qui riportati valgono  $\Delta / \text{sec}$ .



Per costruire il diagramma inferiore si prendono i valori di pendenza segnati sul diagramma superiore, si moltiplicano per  $250 \text{ mH}$  ed il corrispondente valore viene segnato sul diagramma inferiore in corrispondenza allo stesso istante cui si riferisce il punto di tangenza. Ogni prodotto ottenuto vale: volt. Indi si raccordano i punti.

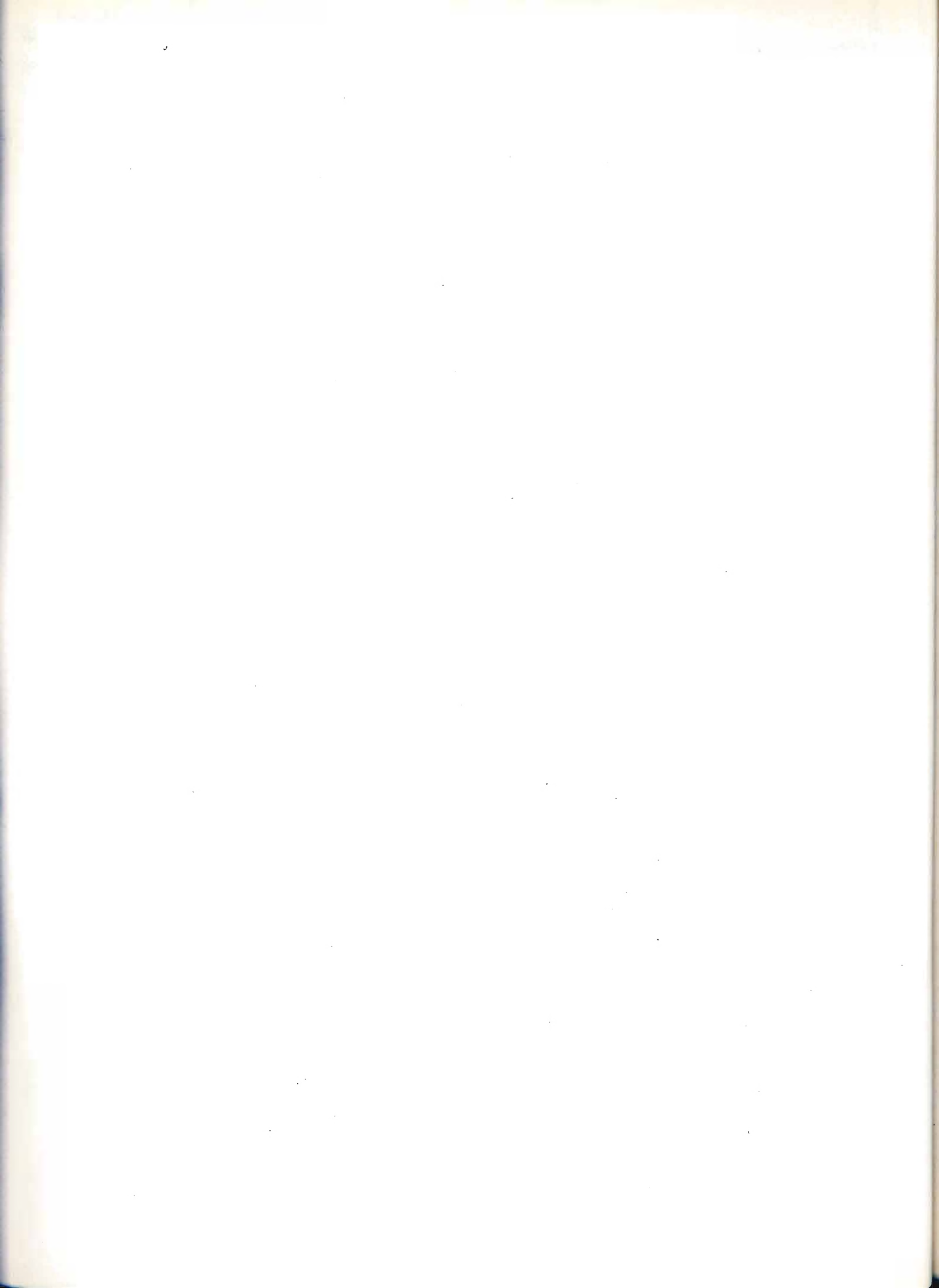
Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.4	Caratteristiche a regime alternato in generale
Argomento	: 13.40	Indice del paragrafo

## Paragrafo 13.4

# CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO IN GENERALE

### Indice degli argomenti e delle pagine.

- arg. 13.41 — **Resistenza e Conduttanza**
  - pag. 1 — Tensione risultante su una resistenza sottoposta a corrente alternata
  - pag. 2 — Relazioni matematiche fra tensione e correnti alternate.
- arg. 13.42 — **Capacità**
  - pag. 1 — Corrente risultante in una capacità sottoposta a tensione alternata
  - pag. 2 — Relazioni matematiche fra tensione e correnti alternate.
  - pag. 3 — Legge di Ohm — Reattanza capacitiva
  - pag. 4 — Reattanza capacitiva — Osservazioni ed esempi.
- arg. 13.43 — **Induttanza**
  - pag. 1 — Tensione risultante su una induttanza sottoposta a corrente alternata
  - pag. 2 — Relazioni matematiche fra corrente e tensione alternata
  - pag. 3 — Legge di Ohm — Reattanza induttiva
  - pag. 4 — Reattanza induttiva — Osservazioni ed esempi



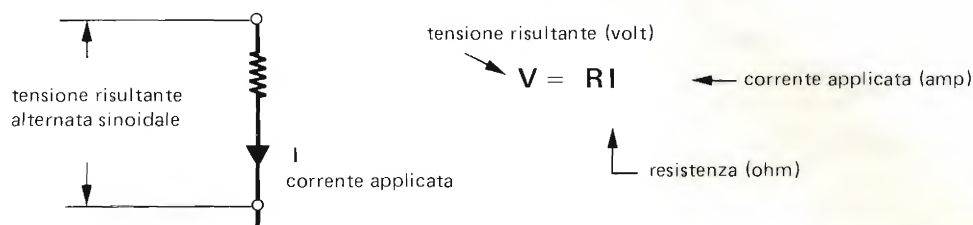


### TENSIONE RISULTANTE SU UNA RESISTENZA SOTTOPOSTA A CORRENTE ALTERNATA

Il comportamento della resistenza in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di corrente, il cui sviluppo assume importanza fondamentale in elettronica.

Infatti, quando una resistenza viene sottoposta ad una corrente alternata sinusoidale...

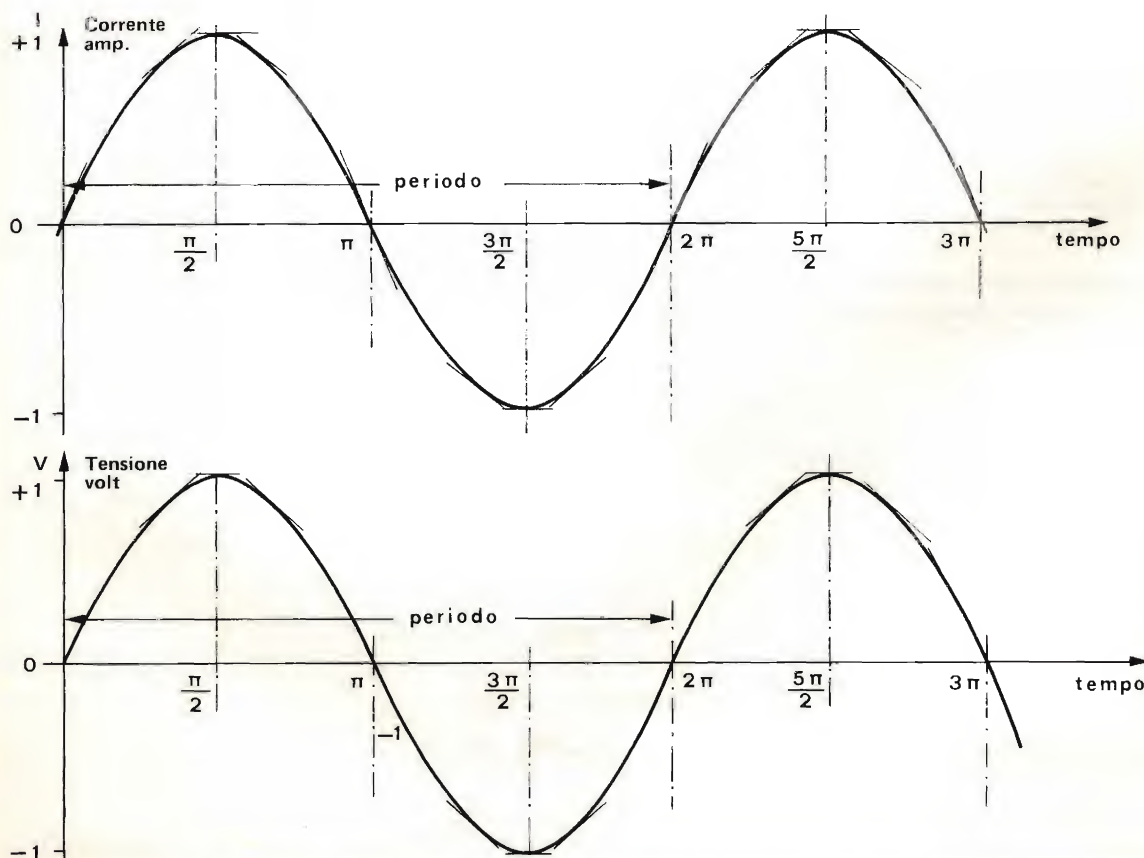
... la tensione che si stabilisce ai capi dell'elemento che la costituisce risponde sempre alla seguente equazione (legge di Ohm: v. 10.21)



In altre parole, il valore della tensione risultante dipende proporzionalmente in ogni istante

- dal valore della resistenza  $R$
- dal valore della corrente  $I$  in quell'istante

Esaminiamo una senoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una corrente alternata di ampiezza unitaria (1A) applicata ad una resistenza di valore unitario (1  $\Omega$ ) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della tensione risultante



**Conclusione:** L'andamento della tensione è ancora sinusoidale, di ampiezza unitaria (1 V) e perfettamente in fase con l'andamento della corrente.

## RELAZIONI MATEMATICHE FRA TENSIONI E CORRENTI ALTERNATE

### Resistenza

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la tensione assume in funzione dei valori assunti da una corrente alternata che attraversa una resistenza

In ogni istante è

$$v = RI$$

tensione (volt) risultante  $\swarrow$   
 $\nwarrow$  corrente impressa (volt)  
 $\uparrow$  resistenza (ohm)

Se la corrente  $I$  varia col tempo secondo la seguente legge

$$i = I_M \sin \omega t$$

valore istantaneo della corrente (amp.)  $\swarrow$   
 $\nwarrow$  tempo (sec.) (variabile indipendente)  
 $\uparrow$  pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)  
 $\uparrow$  valore massimo della corrente (amp.)

La tensione risultante sarà

$$v = RI_M \sin \omega t$$

Per la legge di Ohm possiamo chiamare  $V_M$  il prodotto  $RI_M$  cioè

$$V_M = RI_M$$

per cui avremo

$$v = V_M \sin \omega t$$

valore istantaneo della tensione risultante (volt)  $\swarrow$   
 $\nwarrow$  tempo (sec.) (variabile indipendente)  
 $\uparrow$  pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)  
 $\uparrow$  valore massimo della tensione (volt)

Anche in questo modo si conferma essere la tensione risultante di tipo alternato sinusoidale come la corrente che attraversa la resistenza. Inoltre entrambe risultano in fase fra di loro.

### Conduttanza

Anche per la corrente alternata il fenomeno è reversibile (legge di Ohm).

Infatti riprendiamo l'equazione

$$V = RI$$

e risolviamola rispetto a  $I$ , si avrà

$$I = \frac{1}{R} V \quad \frac{1}{R} = G$$

cioè (10.22)

$$I = GV$$

corrente risultante (amp.)  $\swarrow$   
 $\nwarrow$  tensione applicata (volt)  
 $\uparrow$  conduttanza (siemens)

Se la tensione varia sinusoidalmente,

$$v = V_M \sin \omega t$$

analogamente al calcolo precedente si avrà:

$$i = GV_M \sin \omega t$$

e quindi

$$i = I_M \sin \omega t$$

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.4 Caratteristiche a regime alternato in generale  
Argomento : 13.42 Capacità

Codice Pagina

13.42

1

### CORRENTE RISULTANTE IN UNA CAPACITÀ SOTTOPOSTA A TENSIONE ALTERNATA

Il comportamento della capacità in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di tensione, il cui sviluppo assume una importanza fondamentale in elettronica.

Quando infatti una capacità viene sottoposta ad una tensione alternata sinusoidale...

... la corrente di carica e scarica che ne deriva risponde sempre alla seguente equazione: (13.24-2)

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

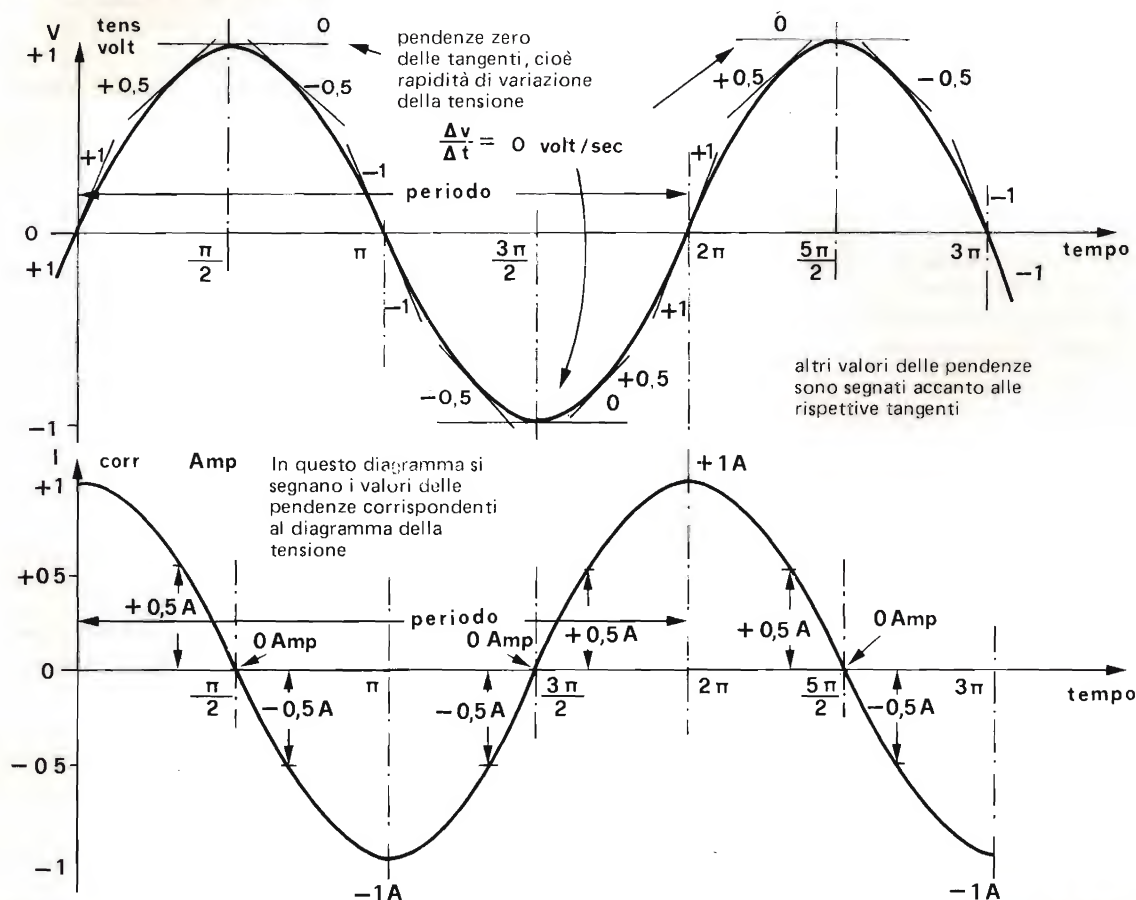
$\Delta V$  ← variaz. di tens. (V)  
 $\Delta t$  ← variaz. di tempo (S)  
 $C$  ← capacità (in farad)

rapidità di variazione della tensione (volt/sec)

In altre parole, l'intensità della corrente risultante dipende proporzionalmente in ogni istante:

- dal valore della capacità  $C$
- dalla rapidità di variazione della tensione  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$  in quell'istante

Esaminiamo una senoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una tensione alternata di ampiezza unitaria (1 V) applicata ad una capacità di valore unitario (1 F) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della corrente risultante. (v. 13.24-4).



**Conclusione:** L'andamento della corrente è ancora sinusoidale, di ampiezza unitaria (1 A), ma sfasato di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) in anticipo (cosinoidale) sull'andamento della tensione.



### RELAZIONI MATEMATICHE FRA TENSIONE E CORRENTI ALTERNATE

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la corrente di carica e scarica assume in funzione della rapidità di variazione della tensione.

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

corrente (Amp) →  $I$   
capacità (farad) →  $C$   
variazione di tensione (V) →  $\Delta V$   
variazione di tempo (sec) →  $\Delta t$   
rapidità di variazione della tensione (volt/sec) →  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$

Quando la tensione stessa si alterna nel tempo secondo la seguente legge:

$$v = V_M \sin \omega t$$

tensione istantanea (volt) dipendente da  $t$  →  $v$   
tempo (sec) (variabile indipendente) →  $t$   
pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec) →  $\omega$   
valore massimo della tensione (volt) →  $V_M$

#### Determinazione del valore massimo della corrente risultante

Abbiamo visto che il valore massimo della corrente si ha quando la tensione passa per il valore zero, perchè in quel punto la inclinazione  $\Delta V/\Delta t$  della tangente alla senoide è massima.

Con questo esempio grafico vogliamo dimostrare che la intensità della corrente è proporzionale anche:

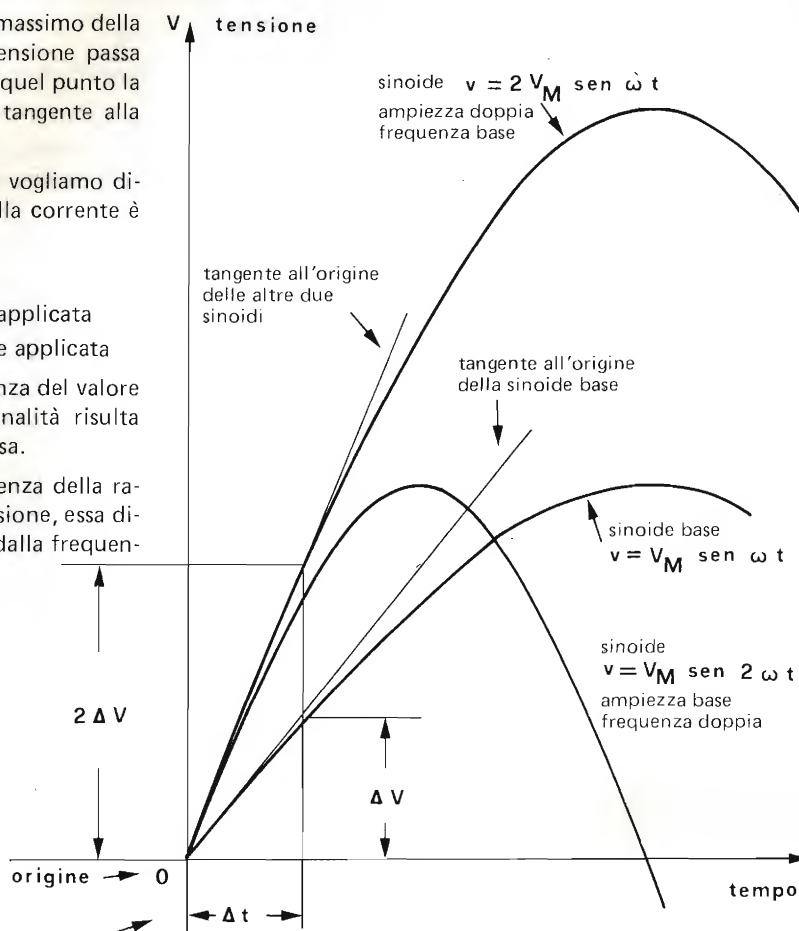
- al valore della capacità
- all'ampiezza della tensione applicata
- alla frequenza della tensione applicata

Per quanto concerne l'influenza del valore della capacità, la proporzionalità risulta evidente dalla equazione stessa.

Per quanto concerne l'influenza della rapidità di variazione della tensione, essa dipende sia dall'ampiezza che dalla frequenza della tensione stessa.

Si sono paragonate pertanto le inclinazioni delle tangenti all'origine delle sinoidi di frequenza doppia o di ampiezza doppia rispetto a una singola presa come base di riferimento.

L'inclinazione delle tangenti all'origine delle varie sinoidi, determina il valore massimo delle varie correnti risultanti.



Per uno stesso intervallo di tempo la tangente comune alle due sinoidi, rispettivamente di frequenza doppia e di ampiezza doppia rispetto a quella base, è di inclinazione doppia rispetto alla tangente relativa alla senoide di riferimento.

Confermato quanto volevamo dimostrare, possiamo scrivere che

$$I_{Mc} = \omega V_M C$$

corrente capacitiva (Amp) →  $I_{Mc}$   
capacità (farad) →  $C$   
tensione massima applicata (volt) →  $V_M$   
pulsazione  $2\pi f$  (rad/sec) →  $\omega$

### LEGGE DI OHM – REATTANZA CAPACITIVA

Il rapporto  
 si chiama reattanza capacitiva  $X_c = \frac{V_M}{I_{Mc}}$   
 valore massimo della tensione applicata  
 valore massimo della corrente risultante capacitiva

Come si vede, esso ha le stesse dimensioni di una resistenza e si misura in ohm.

Con il nome **reattanza** ci ricorderemo che:

non si opera una dissipazione irrecuperabile di energia come con la resistenza, ma si opera uno scambio alternativo di energia fra generatore e capacità con sfasamento di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) fra tensione e corrente.

Con l'aggettivo **capacitiva** ricorderemo che (13.42-4):

la corrente risultante di carica e scarica della capacità è in anticipo sulla tensione.

### Relazione fra reattanza, capacità e frequenza (pulsazione)

Poichè in 13.42-2 abbiamo calcolato che la corrente  $I_{Mc} = \omega V_M C$ , possiamo operare una sostituzione nella equazione della reattanza capacitiva, cioè:

$$X_c = \frac{V_M}{I_{Mc}} = \frac{V_M}{\omega V_M C} = \frac{1}{\omega C}$$

Riassumendo:

la reattanza capacitiva (in ohm reattivi)  $X_c = \frac{1}{\omega C}$

è l'inverso di  
 capacità (in farad)  
 pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)

**Osservazioni** sugli effetti della proporzionalità inversa

a) Frequenza: Aumentando la frequenza (e quindi la pulsazione  $\omega = 2\pi f$ ) diminuisce la reattanza capacitiva ed inversamente.

In particolare, per  $f = 0$  (tensione continua) la reattanza capacitiva è infinita. Infatti, quando si applica una tensione continua ad una capacità, non si riscontra formazione di corrente, salvo un transitorio iniziale di carica o una eventuale presenza di conduzione occulta.

b) Capacità: Aumentando la capacità, diminuisce la reattanza capacitiva ed inversamente.

**Esempi:**

a) Valore della reattanza relativa ad una capacità  $C = 2\mu F$   
 sottoposta ad una frequenza  $f = 12 \text{ k Hz}$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{6.28 \cdot 24} = 6,6 \Omega \text{ reattivi}$$

b) Se mi serve una reattanza capacitiva  $X_c = 5 \text{ k } \Omega$  in un circuito dove sia presente una frequenza  $f = 8 \text{ k Hz}$ , quale valore di capacità devo inserire?

Modifico l'espressione della reattanza capacitiva in modo da mettere in evidenza la capacità e procedo nel calcolo:

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 40} = 3.8 \text{ nF}$$

# REATTANZA CAPACITIVA – OSSERVAZIONI ED ESEMPI

## Reattanza capacitiva fra valori efficaci

E' evidente che la **reattanza capacitiva** finora intesa come rapporto fra i valori massimi di tensione e corrente relativi ad una capacità, vale anche come **rapporto fra i valori efficaci di tensione e corrente** dato l'identico coefficiente di proporzionalità fra valori massimi e valori efficaci sia per la tensione che per la corrente (vedi 11.51-1 e 11.61-1).

cioè:

$$X_C = \frac{V}{I}$$

In altre parole

a) Se moltiplico una corrente massima per una reattanza, ottengo una tensione massima

$$I_M \cdot X_C = V_M$$

b) Se moltiplico una corrente efficace per una reattanza, ottengo una tensione efficace

$$I \cdot X_C = V$$

## Esempi

a) Quale corrente efficace otterrò applicando ad una capacità **C = 250 pF**  
una tensione efficace **V = 12 mV**  
di frequenza **f = 5 MHz**

Calcolo

$$\text{Reattanza } X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot \underbrace{5 \cdot 10^6}_{\text{Hz}} \cdot \underbrace{250 \cdot 10^{-12}}_{\text{F}}} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 1250} = 127 \Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{Corrente } I = \frac{V}{X_C} = \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ (V)}}{127 \text{ } (\Omega)} = 94 \mu\text{A}$$

b) Quale capacità mi occorre in un circuito dove è presente una frequenza **f = 80 kHz**  
se voglio che ai suoi capi sia presente una tensione **V = 200 V**  
e che sia attraversata da una corrente **I = 50 mA**

Calcolo

$$\text{Reattanza } X_C = \frac{V}{I} = \frac{200 \text{ (V)}}{50 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}} = 4 \text{ k}\Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{Capacità } C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot \underbrace{80 \cdot 10^3}_{\text{Hz}} \cdot \underbrace{40 \cdot 10^3}_{\Omega}} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 3200} = 4,98 \text{ pF}$$

c) per quale frequenza una capacità del valore di **2 μF** sottoposta ad una tensione del valore di **4 mV** mi provoca una corrente del valore di **5 μA**

Calcolo

$$\text{Reattanza } X_C = \frac{V}{I} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ (V)}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ (A)}} = 0,8 \text{ k}\Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{Pulsazione } \omega = \frac{1}{C X_C} = \frac{1}{\underbrace{2 \cdot 10^{-6}}_{\text{F}} \cdot \underbrace{0,8 \cdot 10^3}_{\Omega}} = \frac{1}{1,6} = 625 \text{ rad/sec}$$

$$\text{Frequenza } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{625}{6,28} = 99,5 \text{ Hz}$$

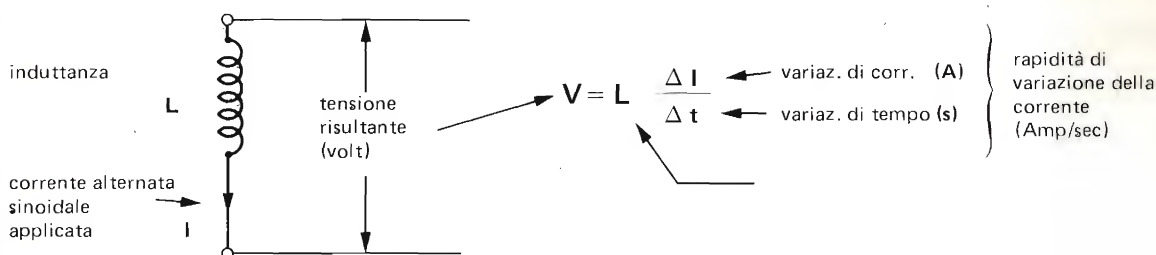


### TENSIONE RISULTANTE SU UNA INDUTTANZA SOTTOPOSTA A CORRENTE ALTERNATA

Il comportamento della induttanza in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di corrente, il cui sviluppo acquista una importanza fondamentale in elettronica.

Quando infatti una induttanza viene sottoposta ad una corrente alternata sinusoidale...

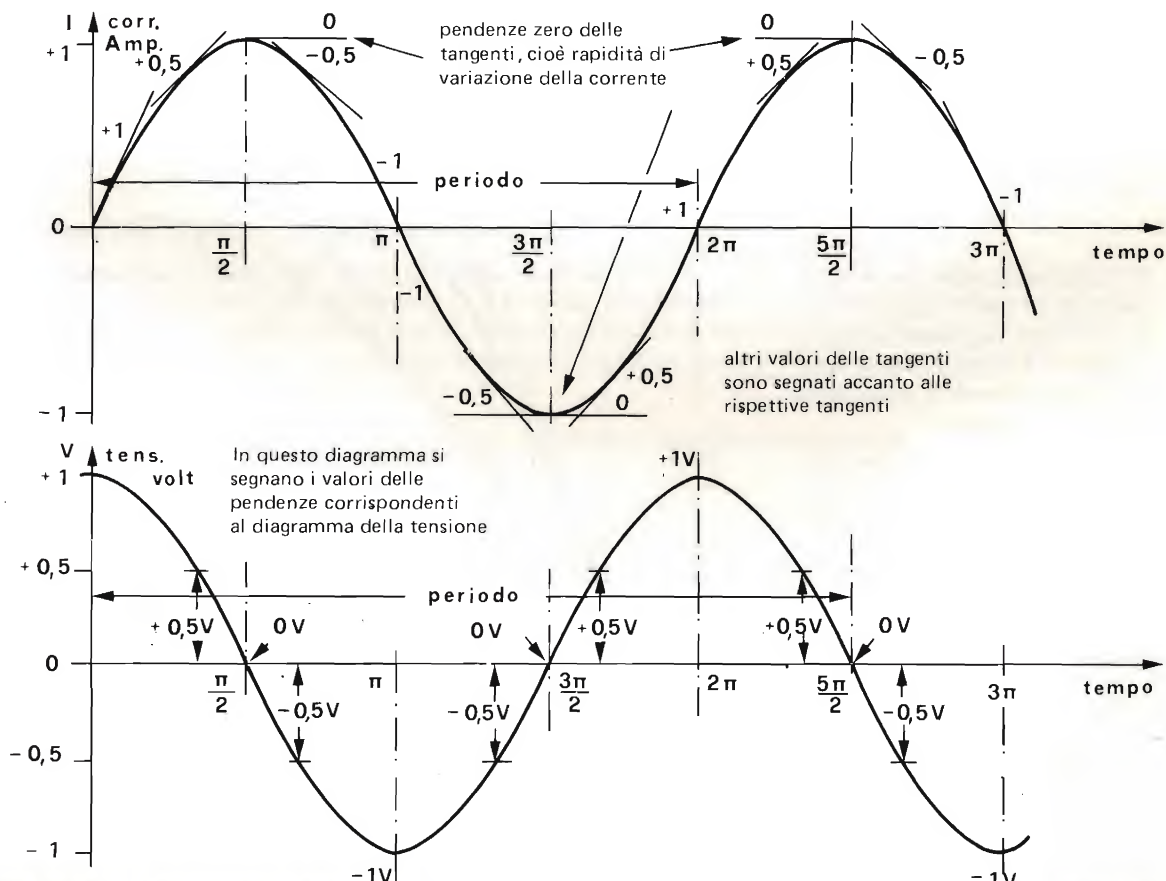
... la tensione di reazione alla carica e scarica che si crea ai suoi capi risponde sempre alla seguente equazione:



In altre parole, l'ampiezza della tensione risultante dipende proporzionalmente in ogni istante:

- dal valore della induttanza  $L$
- dalla rapidità di variazione della corrente  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  in quell'istante

Esaminiamo una senoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una corrente alternata di intensità massima unitaria (1A) applicata in una induttanza del valore unitario (1H) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della tensione risultante (v. 13,34-4).



**Conclusione:** L'andamento della tensione è ancora sinusoidale, di ampiezza unitaria (1V), ma sfasato di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) in anticipo (consinoidale) sull'andamento della corrente.

### RELAZIONI MATEMATICHE FRA CORRENTE E TENSIONE ALTERNATE

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la tensione di reazione alla carica e scarica assume in funzione della rapidità di variazione della corrente:

$$V = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

tensione (volt) →  $V$  ← induttanza (henry) ←  $L$

←  $\Delta I$  ← variazione di corrente (A) ← rapidità di variazione della corrente (Amp/sec.)

←  $\Delta t$  ← variazione di tempo (sec.)

quando la corrente stessa si alterna nel tempo secondo la seguente legge:

$$I = I_M \sin \omega t$$

corrente istantanea (Amp) dipendente da  $t$  →  $I$

←  $I_M$  ← valore massimo della corrente (Amp)

←  $\sin \omega t$  ← pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)

←  $t$  ← tempo (sec) (variabile indipendente)

#### Determinazione del valore massimo della tensione risultante

Abbiamo visto che il valore massimo della tensione si ha quando la corrente passa per il valore zero, perchè in quel punto l'inclinazione  $\Delta I/\Delta t$  della tangente alla senoide è massima.

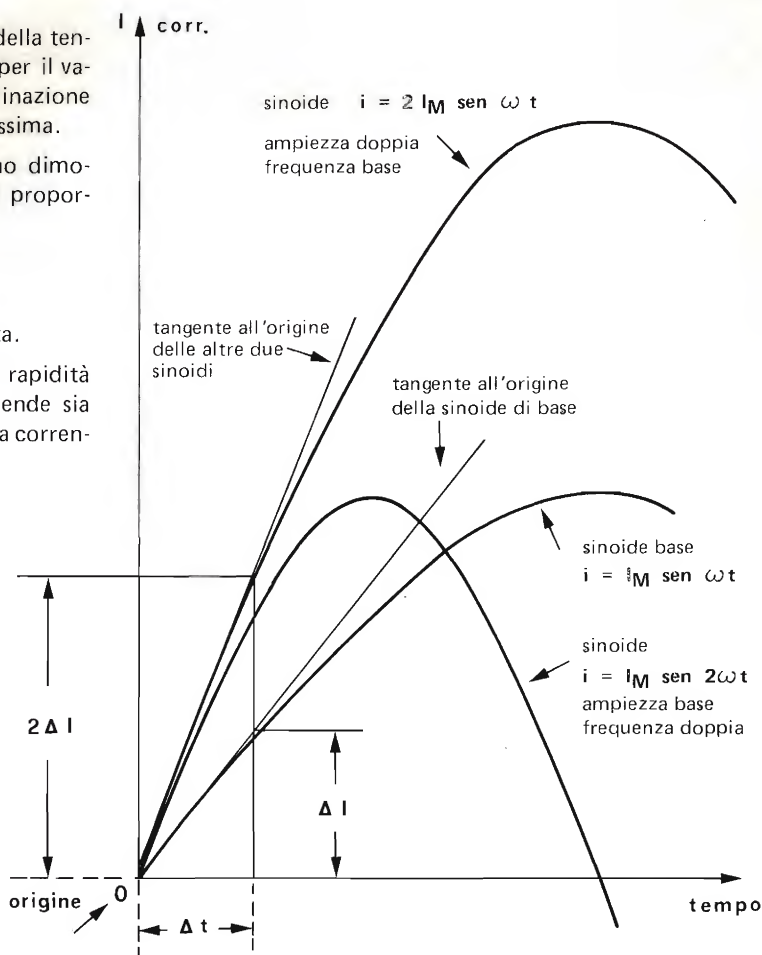
Con questo esempio grafico vogliamo dimostrare che l'ampiezza della tensione è proporzionale anche:

- al valore della induttanza
- alla intensità della corrente applicata
- alla frequenza della corrente applicata.

Per quanto concerne l'influenza della rapidità di variazione della corrente, essa dipende sia dalla intensità che dalla frequenza della corrente stessa.

Si sono paragonate pertanto le inclinazioni delle tangenti alla origine delle sinoidi di frequenza doppia o di ampiezza doppia rispetto ad una senoide presa come base di riferimento.

La inclinazione delle tangenti all'origine delle varie sinoidi, determina il valore massimo delle varie tensioni risultanti.



Per uno stesso intervallo di tempo la tangente comune alle due sinoidi, rispettivamente di frequenza doppia e di ampiezza doppia rispetto a quella base, è di inclinazione doppia rispetto alla tangente relativa alla senoide di riferimento.

Confermato quanto volevamo dimostrare, possiamo scrivere che:

$$V_{ML} = \omega I_M L$$

tensione induttiva (volt) →  $V_{ML}$

←  $\omega$  ← pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)

←  $I_M$  ← corrente massima applicata (Amp)

←  $L$  ← induttanza (henry)

### LEGGE DI OHM – REATTANZA INDUTTIVA

Il rapporto

$$\text{si chiama} \quad \text{reattanza induttiva} \quad X_L = \frac{V_{ML}}{I_M}$$

← valore massimo della tensione risultante induttiva  
← valore massimo della corrente applicata

Come si vede, esso ha le stesse dimensioni di una resistenza e si misura in ohm

Col nome **reattanza** ricorderemo che:

non si opera una dissipazione irrecuperabile di energia come con la resistenza, ma si opera uno scambio alternativo di energia fra generatore e induttanza con sfasamento di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) fra corrente e tensione.

Con l'aggettivo **induttiva** ricorderemo che 13.43-1):

la tensione risultante dalla reazione della induttanza è in anticipo sulla corrente.

### Relazione fra reattanza, induttanza e frequenza (pulsazione)

Poichè in 13.43-2 abbiamo calcolato che la tensione  $V_{ML} = \omega I_M L$  possiamo operare una sostituzione nella equazione della reattanza induttiva.

Cioè

$$X_L = \frac{V_{ML}}{I_M} = \frac{\omega I_M L}{I_M} = \omega L$$

Riassumendo

$$\text{la reattanza induttiva (in ohm reattivi)} \quad X_L = \omega L$$

↑ è proporzionale a  
↑ induttanza (in henry)  
↑ pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)

**Osservazioni** sugli effetti della proporzionalità diretta.

a) Frequenza: Aumentando la frequenza (e quindi la pulsazione  $\omega = 2\pi f$ ) aumenta la reattanza induttiva ed inversamente. In particolare, per  $f = 0$  (corrente continua) la reattanza induttiva è nulla. Infatti, quando si applica una corrente continua ad una induttanza, non si riscontra formazione di tensione ai suoi capi, salvo un transitorio iniziale di reazione alla carica o una eventuale presenza di resistenza occulta.

b) Induttanza: Aumentando l'induttanza, aumenta la reattanza induttiva e inversamente.

### Esempi

- a) Valore della reattanza relativa ad una induttanza  $L = 2 \mu\text{H}$   
 sottoposta ad una frequenza  $f = 12 \text{ kHz}$

$$X_L = \omega L = \frac{6.28}{2\pi} \cdot \frac{12 \cdot 10^3}{\text{Hz}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\text{H}} = 6.28 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 0,151 \Omega \text{ "reattivi"}$$

- b) Valore di induttanza da inserire per avere una reattanza induttiva  $X_L = 5 \text{ k}\Omega$   
 in un circuito dove sia presente una frequenza  $f = 8 \text{ kHz}$

Modifico l'espressione della reattanza induttiva in modo da mettere in evidenza l'induttanza e procedo nel calcolo

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{5 \cdot 10^3}{6.28 \cdot 8 \cdot 10^3} = \frac{0,625}{6.28} = 99.5 \text{ mH}$$



# REATTANZA INDUTTIVA – OSSERVAZIONI ED ESEMPI

## Reattanza induttiva fra valori efficaci

E' evidente che la **reattanza induttiva** finora intesa come rapporto fra i valori massimi di tensione e corrente relativi ad una induttanza, vale anche come **rapporto fra i valori efficaci di tensione e corrente** dato l'identico coefficiente di proporzionalità fra valori massimi ed efficaci sia per la tensione che per la corrente (vedi 11.51-1 e 11.61-1).

cioè

$$X_L = \frac{V}{I}$$

In altre parole

a) Se moltiplico una corrente massima per una reattanza, ottengo una tensione massima

$$I_M \cdot X_L = V_M$$

b) Se moltiplico una corrente efficace per una reattanza, ottengo una tensione efficace

$$I \cdot X_L = V$$

## Esempi

a) Quale corrente efficace otterrò, applicando ad una induttanza **L = 250 μH**  
una tensione efficace **V = 12 mV**  
di frequenza **f = 5 MHz**

## calcolo

$$\text{reattanza} \quad X_L = \omega L = \frac{6,28}{2\pi} \cdot \frac{5 \cdot 10^6}{\text{Hz}} \cdot \frac{250 \cdot 10^{-6}}{\text{H}} = 6,28 \cdot 1250 = 7,81 \text{ k}\Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{corrente} \quad I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ (V)}}{7,81 \cdot 10^3 \text{ (}\Omega\text{)}} = 15,35 \text{ }\mu\text{A}$$

b) Quale induttanza mi occorre in un circuito dove è presente una frequenza **f = 80 kHz**  
se voglio che ai suoi capi sia presente una tensione **V = 200 V**  
e che sia attraversata da una corrente **I = 50 mA**

## calcolo

$$\text{reattanza} \quad X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{200 \text{ (V)}}{50 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}} = 40 \text{ k}\Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{induttanza} \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ (}\Omega\text{)}}{6,28 \cdot 80 \cdot 10^3 \text{ (rad/sec)}} = \frac{0,5}{6,28} = 79,5 \text{ mH}$$

c) Per quale frequenza una induttanza **L = 2 μH** sottoposta ad  
una tensione **V = 4 mV** mi provoca  
una corrente **I = 5 μA**

## calcolo

$$\text{reattanza} \quad X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ (V)}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ (A)}} = 0,8 \text{ k}\Omega \text{ (reattivi)}$$

$$\text{pulsazione} \quad \omega = \frac{X_L}{L} = \frac{0,8 \cdot 10^3 \text{ (}\Omega\text{)}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ (H)}} = 400 \text{ M rad/sec}$$

$$\text{frequenza} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{400 \cdot 10^6 \text{ (rad/sec)}}{6,28 \text{ (rad/ciclo)}} = 63,6 \text{ MHz}$$

Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.50	Indice del paragrafo

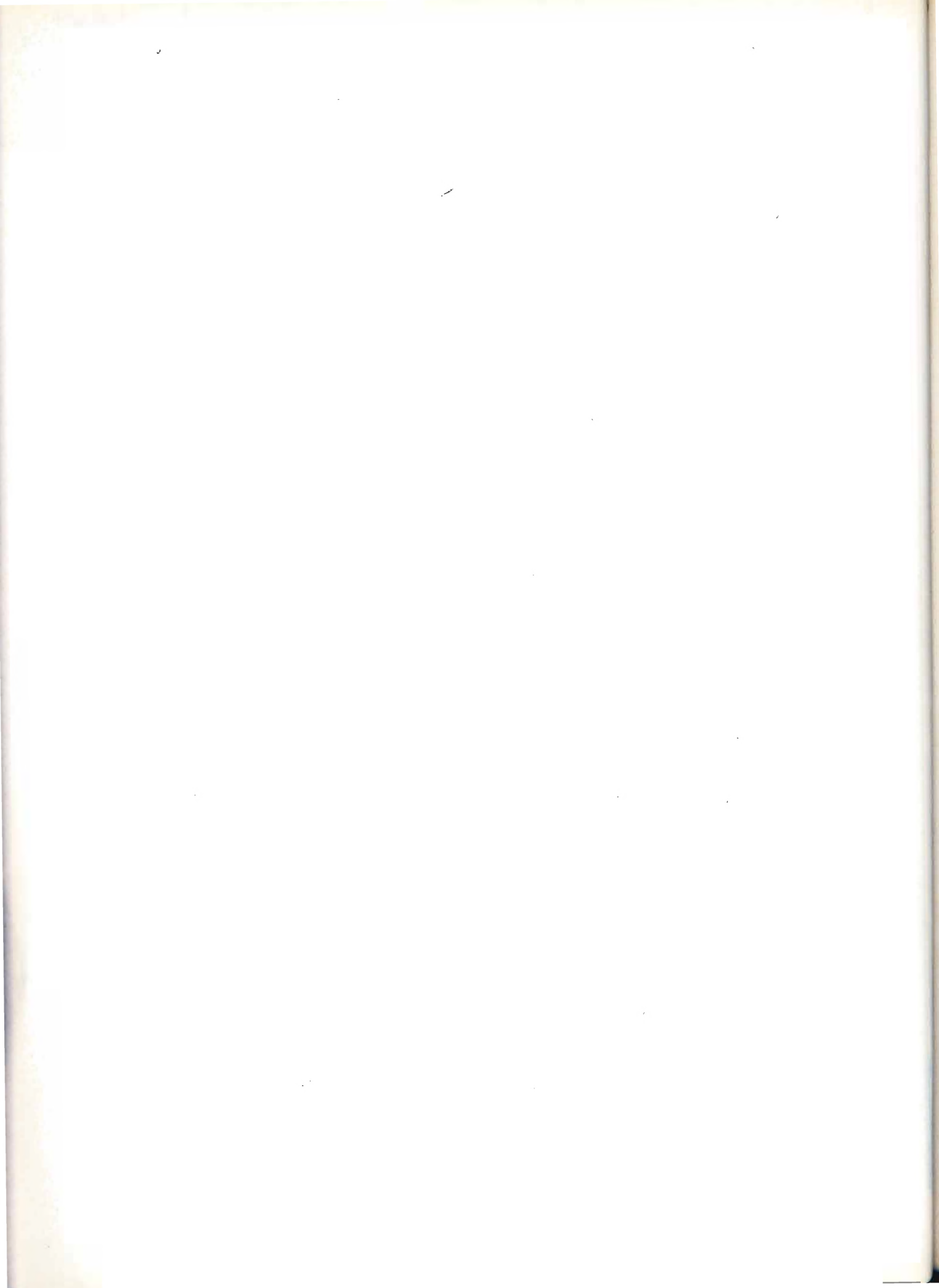
## Paragrafo 13.5

# CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO

## GRANDEZZE IN SERIE

### Indice degli argomenti e delle pagine

- arg. 13.51 — **Resistenza**
  - pag. 1 — Premesse sul concetto di resistenza
  - pag. 2 — Definizione di resistenza
- arg. 13.52 — **Reattanza capacitiva**
  - pag. 1 — Premessa sul concetto di reattanza capacitiva
  - pag. 2 — Definizione di reattanza capacitiva
- arg. 13.53 — **Reattanza induttiva**
  - pag. 1 — Premessa sul concetto di reattanza induttiva
  - pag. 2 — Definizione di reattanza induttiva
- arg. 13.54 — **Composizione di reattanze**
  - pag. 1 — Segno e somma di tensioni reattive
  - pag. 2 — Segno e somma di reattanze
  - pag. 3 — Somma nulla di reattanze — Risonanza
  - pag. 4 — Freequenza di risonanza
- arg. 13.55 — **Impedenza**
  - pag. 1 — Definizione di impedenza
  - pag. 2 — Angolo di sfasamento e modulo dell'impedenza
  - pag. 3 — Composizione vettoriali e circuitali diverse
  - pag. 4 — Rappresentazione del valore delle tensioni in funzione della frequenza
  - pag. 5 — Rappresentazione delle grandezze serie al variare della frequenza
  - pag. 6 — Tabulazione dei calcoli





Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.51	Resistenza

### PREMESSE SUL CONCETTO DI RESISTENZA

Abbiamo visto come tensioni e correnti possono variare mantenendosi proporzionali fra di loro quando interessano una resistenza (10.21).

Abbiamo visto anche come questo concetto di rigida proporzionalità secondo il fattore  $R$  che si chiama appunto resistenza (legge di Ohm) coincida con il concetto di mantenimento in fase della tensione con la corrente, quando si ha a che fare con fenomeni ciclici come sono le grandezze alternate (13.41).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **resistenza** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti serie**, in quanto, al denominatore, comune con le grandezze reattive che seguono in questa trattazione (reattanze), troviamo la corrente, grandezza pure comune agli elementi che si trovano in serie fra di loro.

Questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la conduttanza, che è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo (10.61).

I resistori e perfino i conduttori inoltre vengono classificati secondo la loro resistenza e questo purtroppo non contribuisce a schiarire le idee.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

## DEFINIZIONE DI RESISTENZA

Come abbiamo ripetutamente visto altrove, la resistenza è determinata così:

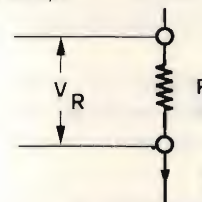
$$R = \frac{V_R}{I}$$

resistenza (Ω attivi)      tensione in fase risultante ai capi (volt)      corrente che attraversa la resistenza (Amp)

Essa è anche l'inverso della conduttanza (vedi 13.61-2)

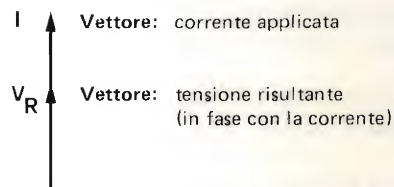
$$R = \frac{1}{G}$$

(ohm)      (Siemens)



### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poiché la tensione risultante è in fase con la corrente, i due vettori risultano sovrapposti (10.31-2)(10.32-1).



## RESISTENZE IN SERIE

### Resistenza totale

Il valore di due o più resistenze in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole resistenze (10.32-1).

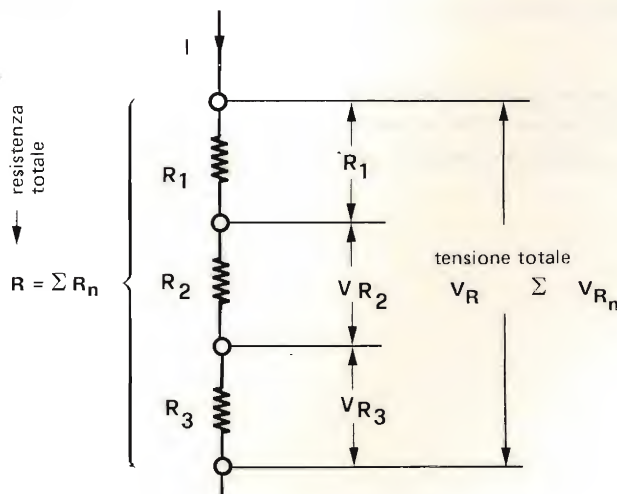
$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

### Tensione totale

Il valore della tensione che si presenta ai capi estremi di due o più resistenze in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni.

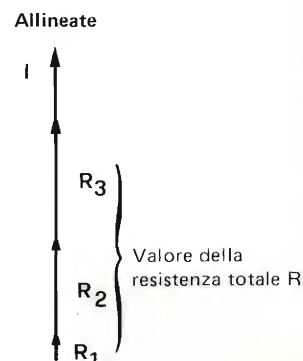
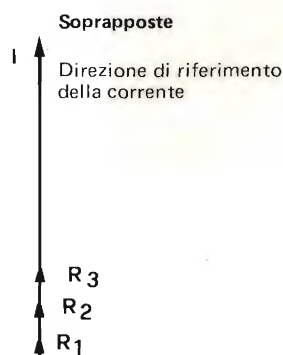
Anche essa sarà in fase con la corrente come le componenti.

$$R = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + \dots + V_{Rn}$$



### Rappresentazione vettoriale di resistenze

Poiché le resistenze in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, purché sempre parallele o sovrapposte alla direzione di riferimento della corrente.



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.52	Reattanza capacitiva

### PREMESSA SUL CONCETTO DI REATTANZA CAPACITIVA

In precedenza (13.42) abbiamo introdotto il concetto di reattanza capacitiva come rapporto fra i valori massimi (o tra i valori efficaci) della tensione alternata che si forma ai terminali di una capacità rispetto alla corrente alternata di carica e scarica che attraversa i suoi terminali.

Malgrado in ogni medesimo istante i valori di tensione non si mantengano proporzionali ai rispettivi valori di corrente (13.42), abbiamo potuto appurare invece che i valori massimi (o i valori efficaci) si mantengono rigorosamente proporzionali secondo il fattore  $X_c$  che si è chiamato appunto "reattanza capacitiva".

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm (10.21) per le resistenze, anche le grandezze reattive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella reattanza capacitiva la tensione sfasata di  $90^\circ$  in ritardo sulla corrente (13.42).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo **reattanza** capacitiva, dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti serie** (v. 13.51-1).

Constaterà il lettore che questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la suscettanza capacitiva che è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo che vedremo (13.62).

Vale la pena di ricordare comunque che i condensatori non possono essere classificati secondo il valore della loro reattanza capacitiva perchè questa, per un dato valore di capacità, dipende unicamente dalla frequenza dell'energia elettrica alternata cui il condensatore stesso verrà sottoposto.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.



### DEFINIZIONE DI REATTANZA CAPACITIVA

Come abbiamo ripetutamente visto (13.42), la reattanza capacitiva è determinata così:

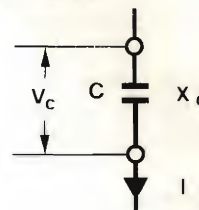
reattanza capacitiva  $\rightarrow$   $X_c = \frac{V_c}{I}$   $\leftarrow$  tensione in ritardo di  $90^\circ$  rispetto alla  
( $\Omega$  reattivi)  $\leftarrow$  corrente che attraversa la capacità

Essa è anche l'inverso della suscettanza capacitiva (vedi)

(ohm)  $X_c = \frac{1}{B_c}$  (siemens)

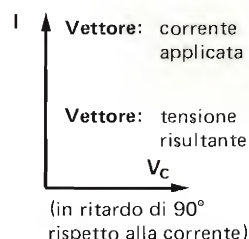
Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza:

(ohm)  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  (farad)  $(2\pi f)$



#### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la tensione risultante è in ritardo di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) rispetto alla corrente, la rappresentazione vettoriale è questa (10.32-1) (10.42-1)



### REATTANZE CAPACITIVE IN SERIE

#### Reattanza capacitiva totale

Il valore totale di due o più reattanze capacitive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole reattanze capacitive.

$$X_c = X_{c1} + X_{c2} + X_{c3} + \dots + X_{cn}$$

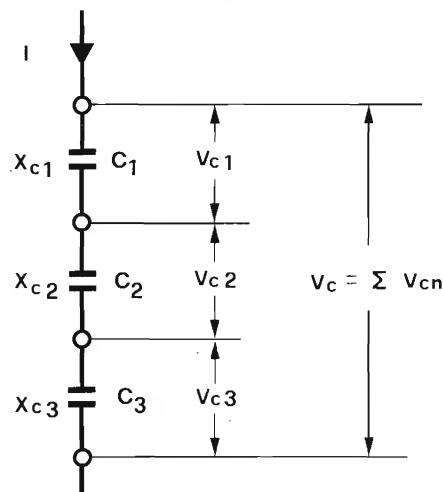
#### Tensione capacitiva totale

Il valore totale della tensione che si presenta ai capi estremi di due o più reattanze capacitive in serie corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni capacitive.

Anche essa sarà sfasata in ritardo di  $90^\circ$  rispetto alla corrente, come le componenti.

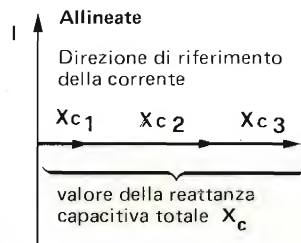
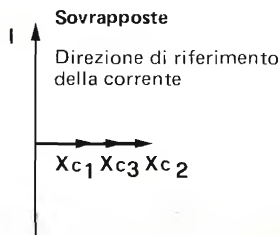
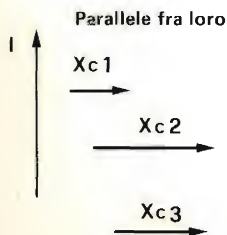
$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c3} + \dots + V_{cn}$$

$$X_c = \sum X_{cn}$$



#### Rappresentazione vettoriale di più reattanze capacitive

Poichè le reattanze capacitive in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di  $90^\circ$  in ritardo rispetto alla direzione di riferimento della corrente.



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.53	Reattanza induttiva

### PREMESSA SUL CONCETTO DI REATTANZA INDUTTIVA

In precedenza (13.43) abbiamo introdotto il concetto di reattanza induttiva come rapporto fra i valori massimi (o fra i valori efficaci) della tensione di reazione che si forma ai terminali di una induttanza rispetto ad una corrente alternata che l'attraversa.

Malgrado in ogni medesimo istante i valori di tensione non si mantengano proporzionali ai rispettivi valori di corrente (13.43), abbiamo potuto appurare invece che i valori massimi (o i valori efficaci) si mantengono rigorosamente proporzionali secondo il fattore  $X_L$  che si è chiamato appunto "reattanza induttiva".

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm anche le grandezze reattive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella reattanza induttiva la tensione sfasata di  $90^\circ$  in anticipo sulla corrente. (13.43).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo reattanza induttiva, dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei circuiti serie (v. 13.51-1).

Constaterà il lettore che questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la suscettanza induttiva è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo come vedremo (13.63).

Vale la pena di ricordare comunque che gli induttori non possono essere classificati secondo il valore della loro reattanza induttiva perchè questo per un dato valore di induttanza dipende unicamente dalla frequenza della energia elettrica alternata cui l'induttore stesso verrà sottoposto.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.



## DEFINIZIONE DI REATTANZA INDUTTIVA

Come abbiamo visto (13.43), la reattanza induttiva è determinata così:

$$\text{reattanza induttiva } (\Omega \text{ reattivi}) \rightarrow X_L = \frac{V_L}{I} \leftarrow \begin{array}{l} \text{tensione in anticipo di } 90^\circ \text{ rispetto alla} \\ \text{corrente che attraversa l'induttanza} \end{array}$$

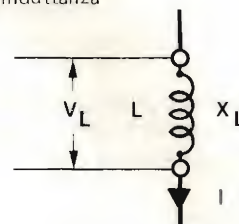
Essa è anche l'inverso della suscettanza induttiva (vedi)

Essa dipende anche dalla induttanza e dalla frequenza

$$(\text{ohm}) \rightarrow X_L = \frac{1}{B_L} \leftarrow (\text{siemens})$$

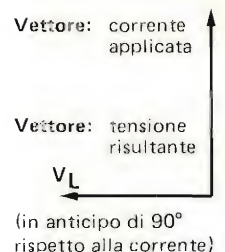
$$(\text{ohm}) \rightarrow X_L = \omega L \leftarrow (\text{henry})$$

$$(2\pi f)$$



### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la tensione risultante è in anticipo di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) rispetto alla corrente, la rappresentazione vettoriale è questa (10.32-1) (10.43-1)



## REATTANZE INDUTTIVE IN SERIE

### Reattanza induttiva totale

Il valore totale di due o più reattanze induttive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole reattanze induttive.

$$X_L = X_{L1} + X_{L2} + X_{L3} + \dots + X_{Ln}$$

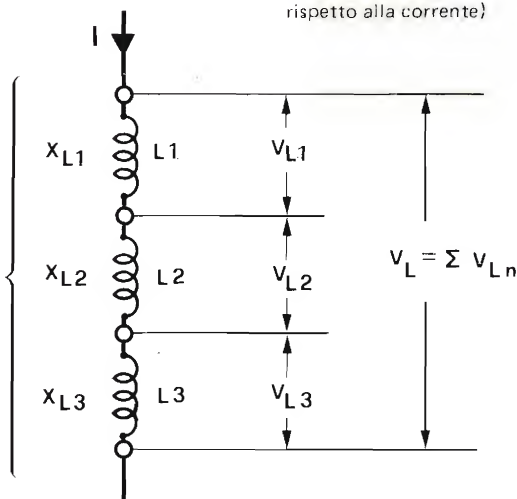
$$X_L = \sum X_{Ln}$$

### Tensione induttiva totale

Il valore totale della tensione che si presenta ai capi estremi di due o più reattanze induttive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni induttive.

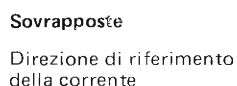
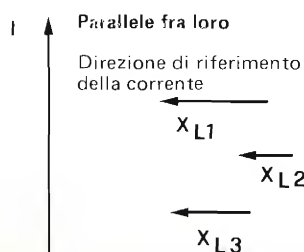
Anch'essa sarà sfasata in anticipo di  $90^\circ$  rispetto alla corrente, come le componenti.

$$V_L = V_{L1} + V_{L2} + V_{L3} + \dots + V_{Ln}$$



### Rappresentazione vettoriale di più reattanze induttive

Poichè le reattanze induttive in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, ma sempre sfasate di  $90^\circ$  in anticipo rispetto alla direzione di riferimento della corrente.





Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.54	Composizione di reattanze

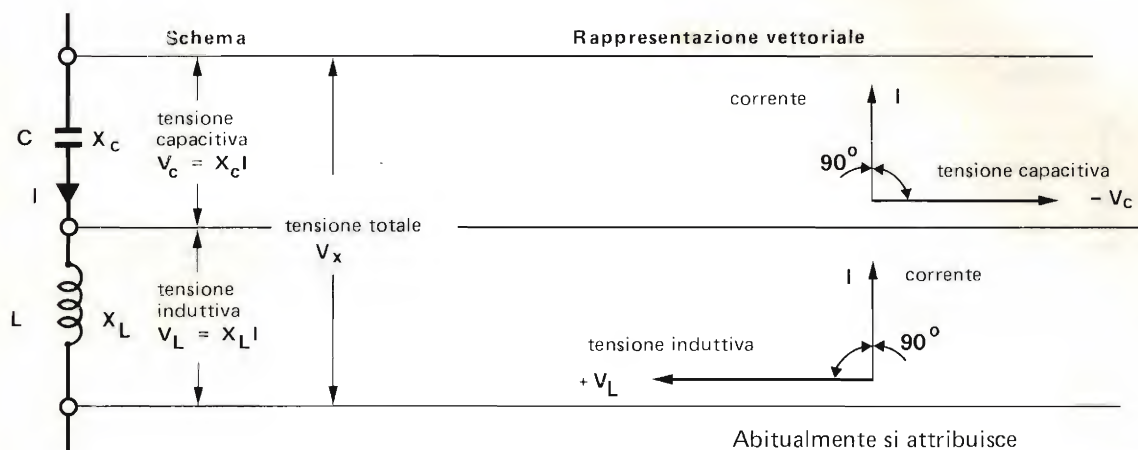
### SEGNO E SOMME DI TENSIONI REATTIVE

Si abbiano, collegate in serie, una reattanza induttiva ed una reattanza capacitiva.

Esse sono attraversate dalla medesima corrente, mentre le rispettive tensioni hanno, ciascuna, sfasamento di  $90^\circ$  opposto, rispetto alla direzione della corrente stessa.

Ciò significa che le due tensioni sono allineate, ma hanno direzioni opposte.

Pertanto, a ciascuna tensione si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due tensioni in opposizione di fase sarà algebrica.



Abitualmente si attribuisce

- il segno negativo alla tensione capacitiva
- + il segno positivo alla tensione induttiva

La rappresentazione vettoriale delle due tensioni rispetto alla corrente, può essere sintetizzata in questo modo



Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della corrente di riferimento ed in questo modo ci uniformeremo nel grafico seguente.

#### Rappresentazione vettoriale della tensione reattiva totale

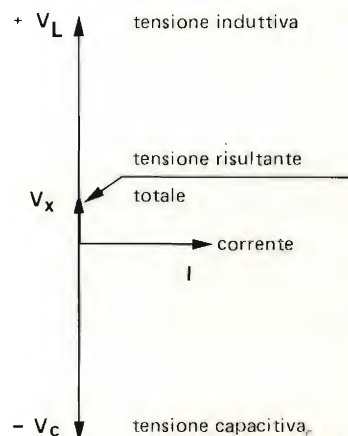
La somma algebrica delle due tensioni, che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della tensione totale che si verifica agli estremi liberi del circuito.

Questa tensione reattiva risultante sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè negativa o positiva) a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la tensione induttiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente:

$$V_x = V_L - V_C$$



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.54	Composizione di reattanze

## SEGNO E SOMMA DI REATTANZE

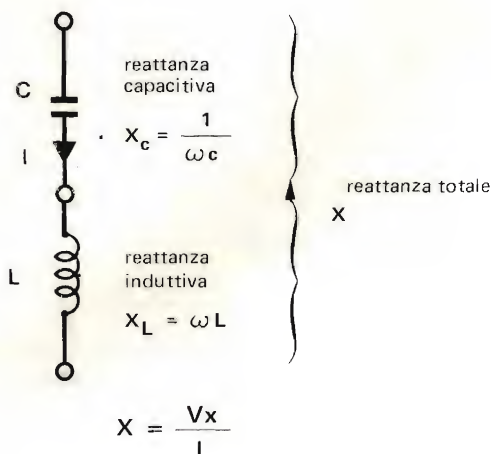
Poichè, come abbiamo già visto, anche le reattanze sono grandezze vettoriali rispetto ad una grandezza comune (la corrente), esse possono sommarsi vettorialmente come le rispettive tensioni.

Perciò anche i vettori che rappresentano la reattanza capacitiva e la reattanza induttiva, saranno rappresentati da parti opposte sfasati di  $90^\circ$  rispetto alla direzione del vettore che rappresenta la corrente.

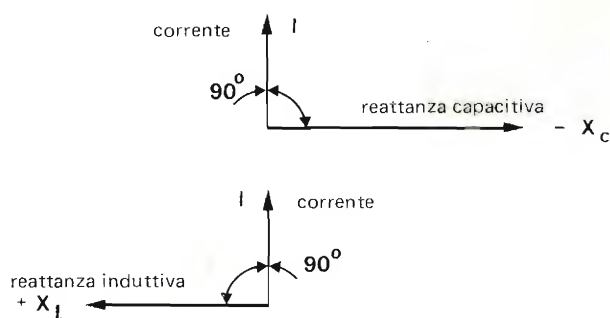
Ciò significa che le due reattanze sono allineate, ma hanno direzioni opposte.

Pertanto a ciascuna reattanza si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due reattanze in opposizione di fase sarà algebrica.

**Schema**



**Rappresentazione vettoriale**

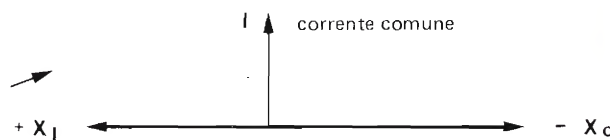


Abitualmente si attribuisce

—) il segno negativo alla reattanza capacitiva

+) il segno positivo alla reattanza induttiva

La rappresentazione vettoriale delle due reattanze, rispetto alla corrente, può essere sintetizzata in questo modo.



Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione delle corrente di riferimento e nel grafico seguente ci uniformiamo senz'altro.

### Rappresentazione vettoriale della reattanza totale

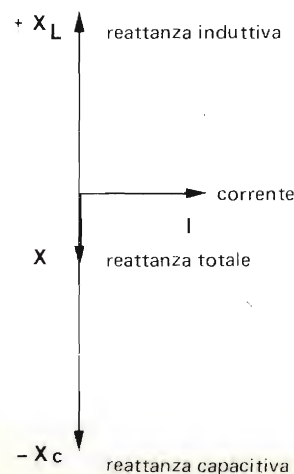
La somma algebrica delle due reattanze che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della reattanza totale che si verifica agli estremi liberi del circuito.

Questa reattanza totale sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè negativa o positiva) a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la reattanza capacitiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente:

$$X = X_L - X_c$$



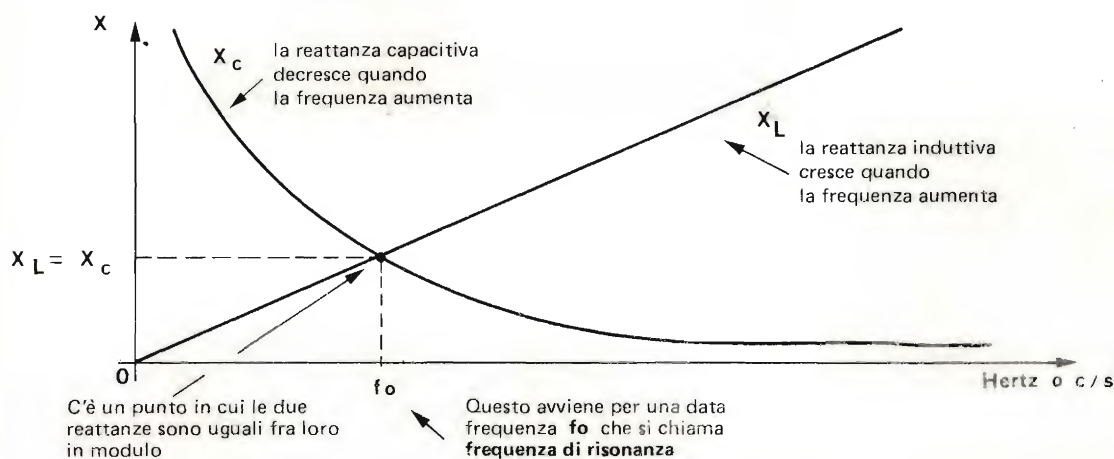


### SOMMA NULLA DI REATTANZE. RISONANZA

Abbiamo visto quanto segue; in valore assoluto.

$$\begin{aligned} \text{reattanza capacitiva (ohm)} &\rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \leftarrow \text{capacità (farad)} \\ &\quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad \quad \quad \text{pulsazione} = 2\pi f \text{ (rad/sec)} \\ \text{reattanza induttiva (ohm)} &\rightarrow X_L = \omega L \quad \leftarrow \text{induttanza (henry)} \end{aligned}$$

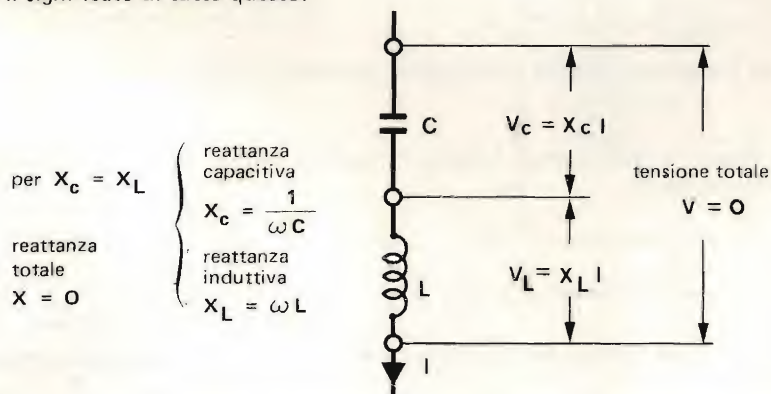
Rappresentiamo graficamente i valori delle due reattanze in funzione della frequenza (valori assoluti)



Anche se uguali fra loro in modulo, le due reattanze hanno vettorialmente direzioni opposte; cioè le tensioni che si formano ai loro capi sono in opposizione di fase fra loro.

La somma di due siffatte reattanze è uguale a zero, così come è uguale a zero in ogni istante la somma delle tensioni ai loro capi.

Vediamo il significato di tutto questo.



**Nota** La tensione totale è uguale a zero anche se passa corrente nel circuito, mentre le due tensioni capacitiva e induttiva hanno un valore ben definito.

**Avvertenza** Bisogna fare bene attenzione quando si alimenta con una tensione alternata un circuito serie in risonanza perchè, non potendosi generare ai suoi capi una tensione uguale a quella di alimentazione, esso si comporta come un corto circuito con aumento infinito della corrente e con conseguenze che dipendono dalle potenze in gioco.



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.54	Composizione di reattanze

### FREQUENZA DI RISONANZA

Conoscendo la capacità **C (farad)** e l'induttanza **L (henry)**, è possibile determinare per quale frequenza **f (hertz)** il circuito serie, comprendente le due grandezze, entra in risonanza

Essendo

$$\left. \begin{array}{l} \text{la reattanza capacitiva} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \\ \text{la reattanza induttiva} \quad X_L = \omega L \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{l'uguaglianza } X_C = X_L \text{ delle reattanze} \\ \text{porta alla uguaglianza corrispondente} \\ \frac{1}{\omega C} = \omega L \end{array}$$

Sviluppando si ha

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

da cui

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

pulsazione di risonanza (rad / sec)

capacità (farad)

induttanza (henry)

Essendo inoltre  $\omega = 2\pi f$  e sostituendo, si ha

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

frequenza di risonanza (in hertz o cicli / sec)

capacità (in farad)

induttanza (in henry)

Questa relazione è identica a quella descritta per il circuito parallelo (vedi 13.81-1).

Ciò significa che le due grandezze risuonano, sia se collegate in serie, sia se collegate in parallelo.

#### Altri problemi

Lo sviluppo della relazione tra frequenza, capacità e induttanza, permette la soluzione di altri analoghi problemi.

- a) conoscendo la capacità **C (farad)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della induttanza serie che manda in risonanza il circuito stesso.

Esso sarà

$$\text{induttanza (henry)} \rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

capacità (farad)

pulsazione =  $2\pi f$  (rad / sec)

- b) conoscendo l'induttanza **L (henry)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della capacità serie che manda in risonanza il circuito stesso.

Esso sarà

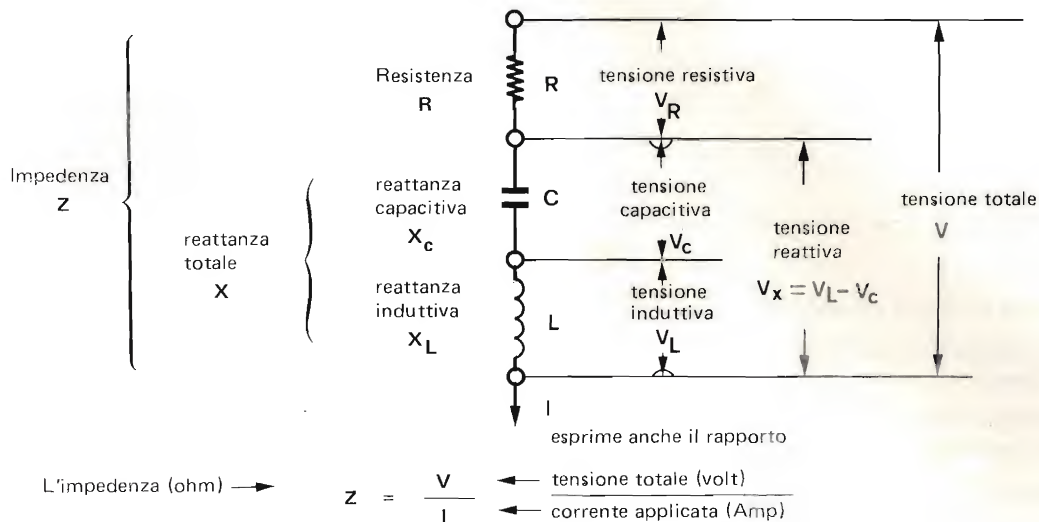
$$\text{capacità (farad)} \rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

induttanza (henry)

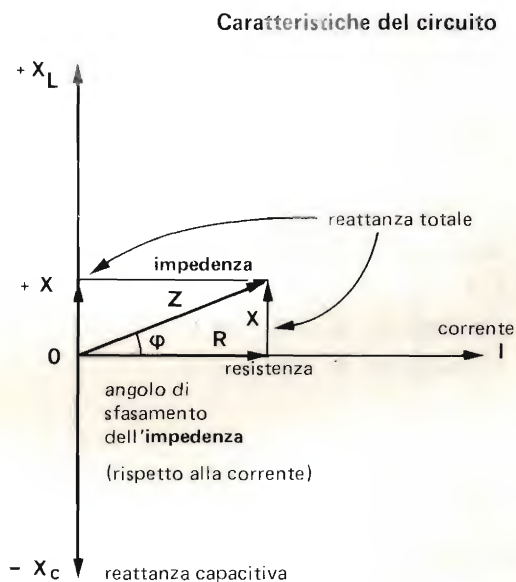
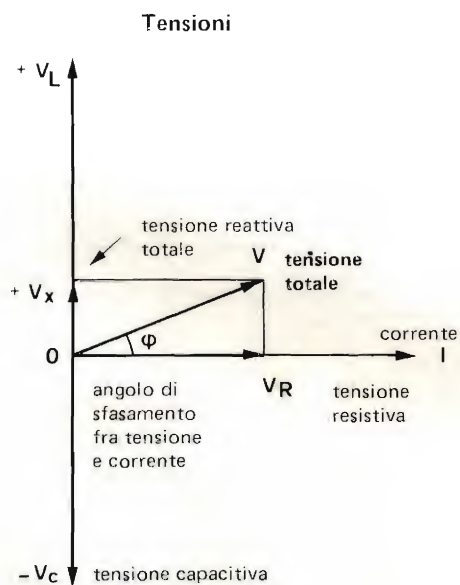
pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec)

### DEFINIZIONE DI IMPEDENZA

Quando una resistenza si trova in serie ad una o più reattanze, si ottiene una impedenza



### Rappresentazioni vettoriali



### Definizione generale

Si chiama **impedenza** di un circuito il rapporto fra la tensione ai capi di un dispositivo o di un circuito e la corrente che lo

$$Z = \frac{V}{I}$$

Questo valore non può da solo definire l'impedenza, se non è associato all'**angolo di sfasamento** fra tensione e corrente

$$\varphi = \arctg \frac{V_x}{V_R} = \arctg \frac{X}{R}$$

In altre parole, è l'angolo espresso dalla pendenza di un lato (impedenza) rispetto all'altro (corrente o resistenza) qui in orizzontale.

La pendenza è determinata dal rapporto  $\tan \varphi = \frac{V_x}{V_R}$  o dall'ugual rapporto  $\tan \varphi = \frac{X}{R}$

L'impedenza è anche l'inverso dell'ammettenza (vedi 13.65)

$$Z = \frac{1}{Y}$$



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie
Argomento	: 13.55	Impedenza

## ANGOLO DI SFASAMENTO E MODULO DELL'IMPEDENZA

### Angolo di sfasamento

Come già visto, la definizione del solo modulo

$$\text{Impedenza } (\Omega) \rightarrow Z = \frac{V}{I} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{tensione (V)} \\ \leftarrow \text{corrente (A)} \end{array}$$

non è sufficiente a definire l'impedenza.

Infatti, ci sono infiniti angoli di sfasamento cui compete lo stesso modulo (v. figura).

Pertanto è indispensabile che al valore del modulo sia associato l'angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Poichè l'impedenza consta di due grandezze vettoriali fra loro ortogonali:

la reattanza  $X$

la resistenza  $R$

l'angolo di sfasamento può essere determinato da una delle seguenti funzioni trigonometriche:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \operatorname{sen} \varphi = \frac{X}{Z}$$

### Modulo

Conoscendo l'angolo di sfasamento, si possono determinare le grandezze vettoriali che formano l'impedenza stessa. Infatti:

$$\text{la reattanza } X = Z \operatorname{sen} \varphi$$

$$\text{la resistenza } R = Z \cos \varphi$$

Conoscendo inoltre

la reattanza  $X$

la resistenza  $R$

è possibile determinare il modulo della

impedenza  $Z$

anche mediante il teorema di Pitagora

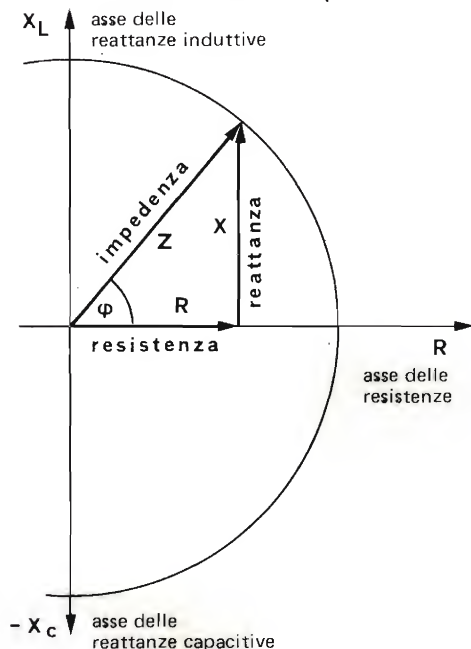
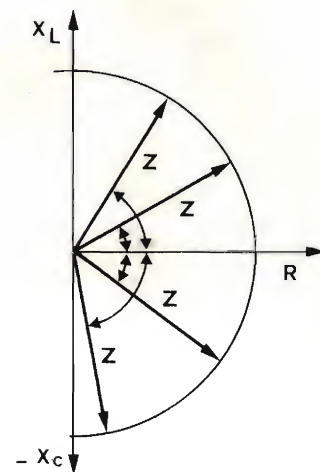
$$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$$

In ogni caso è sufficiente conoscere due delle tre grandezze per determinare la terza.

Infatti:

$$R = \sqrt{Z^2 - X^2}$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$$





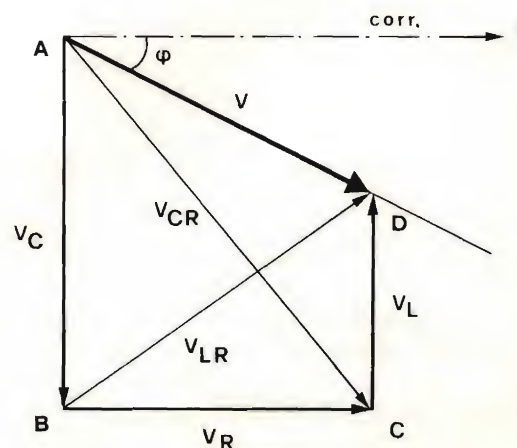
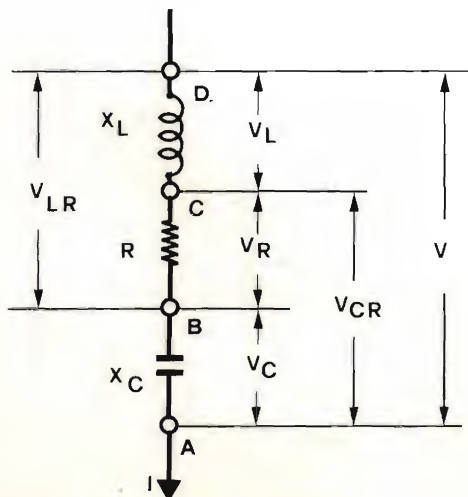
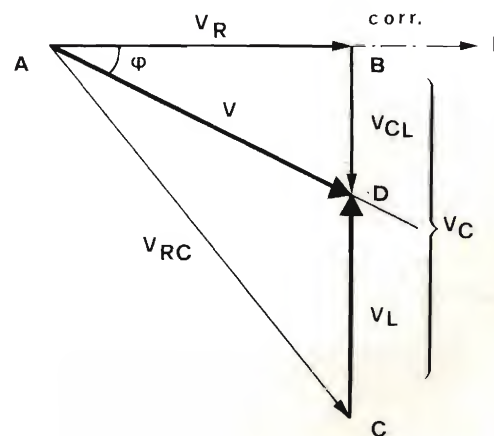
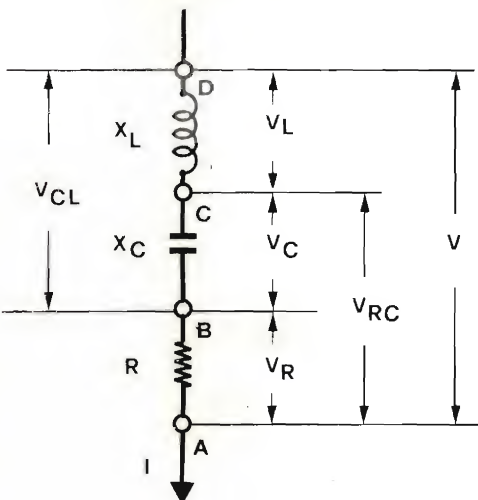
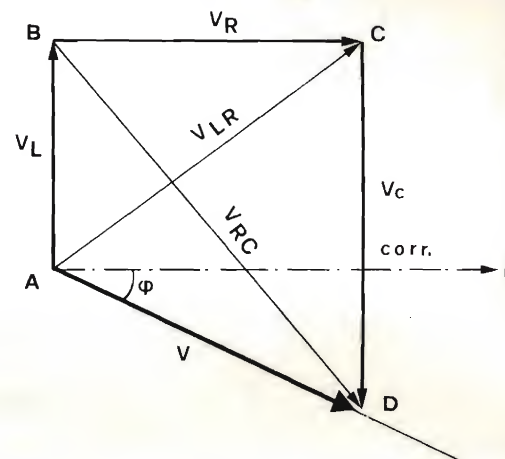
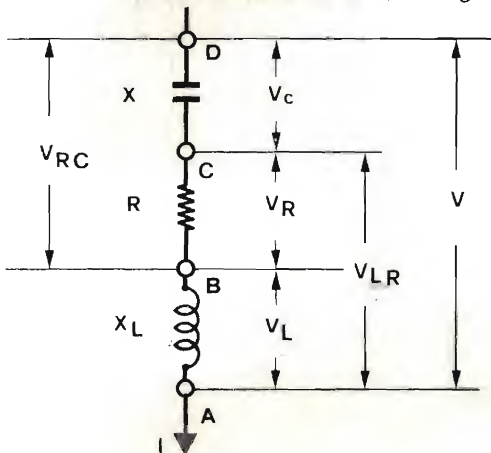
Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.5 Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in serie  
Argomento : 13.55 Impedenza

### COMPOSIZIONI CIRCUITALI E VETTORIALI DIVERSE

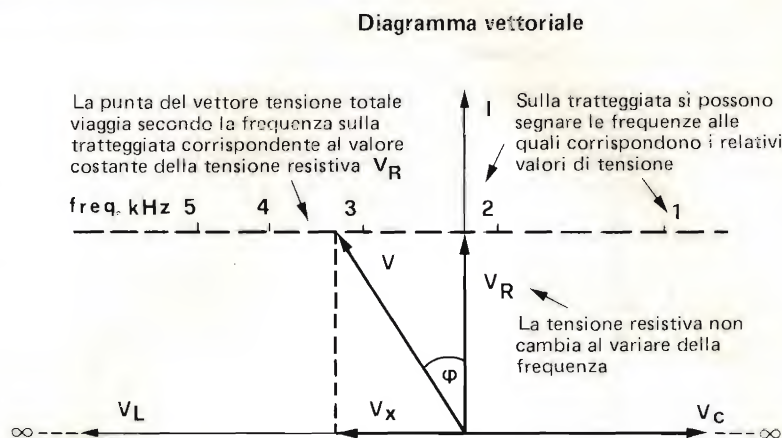
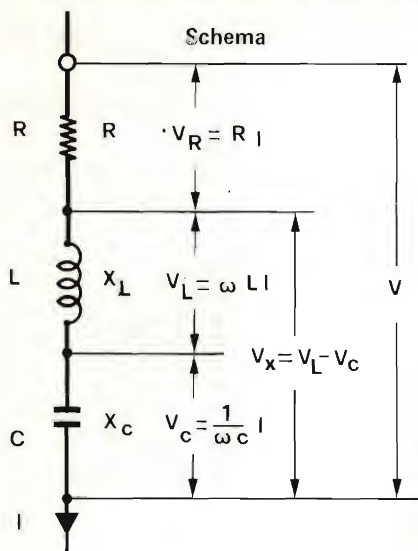
Le stesse costanti del circuito, disposte diversamente, possono dar luogo a svariate combinazioni che qui sono illustrate schematicamente e vettorialmente.

L'angolo di fase è quello che ciascun vettore forma con l'orizzontale che è stata presa come riferimento (correnti e resistenze).

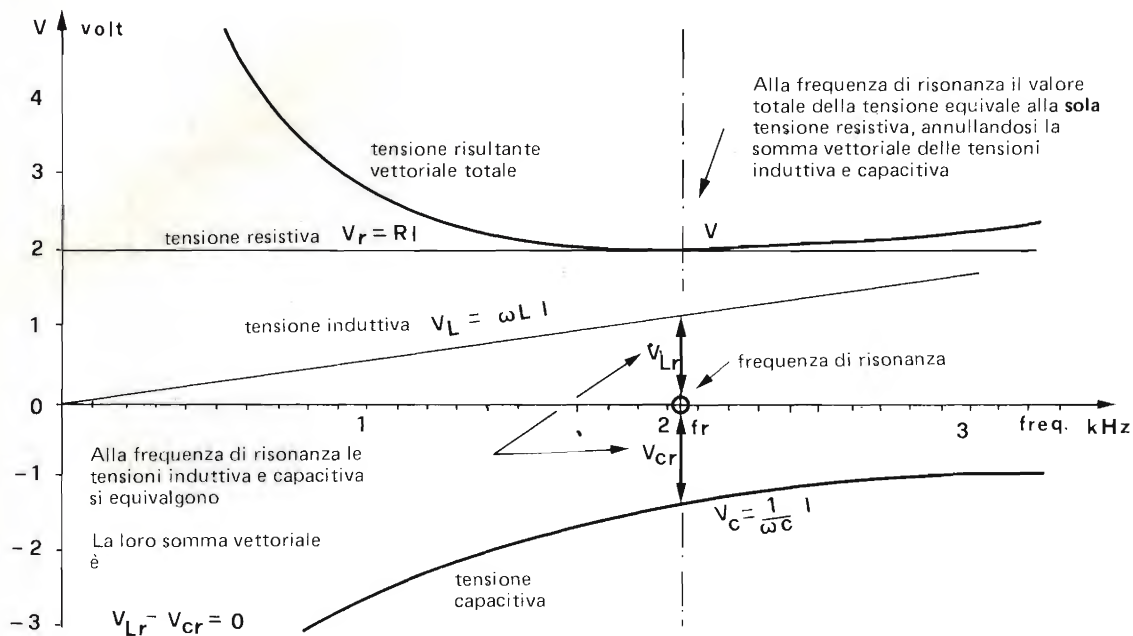
N.B. - Le tensioni omologhe sono uguali in modulo e fase. Comunque si dispongono le componenti, purché messe in serie fra loro, ottengono la medesima risultante in modulo e fase.



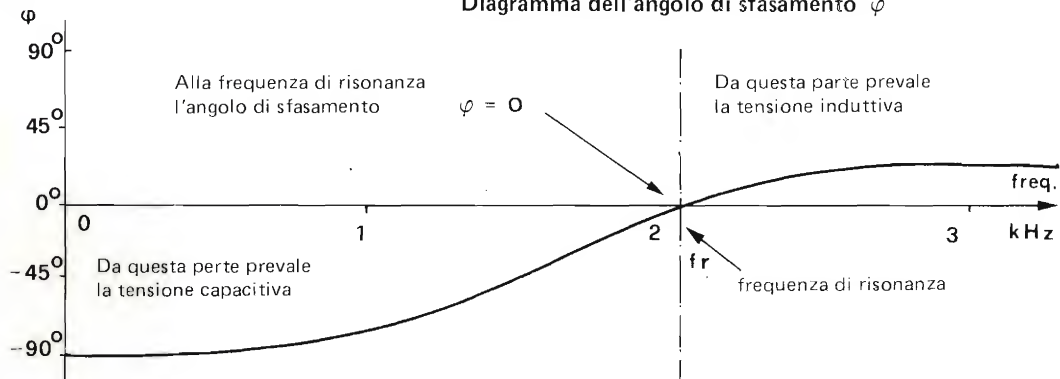
# RAPPRESENTAZIONE DEL VALORE DELLE TENSIONI IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA



## Diagramma dei moduli

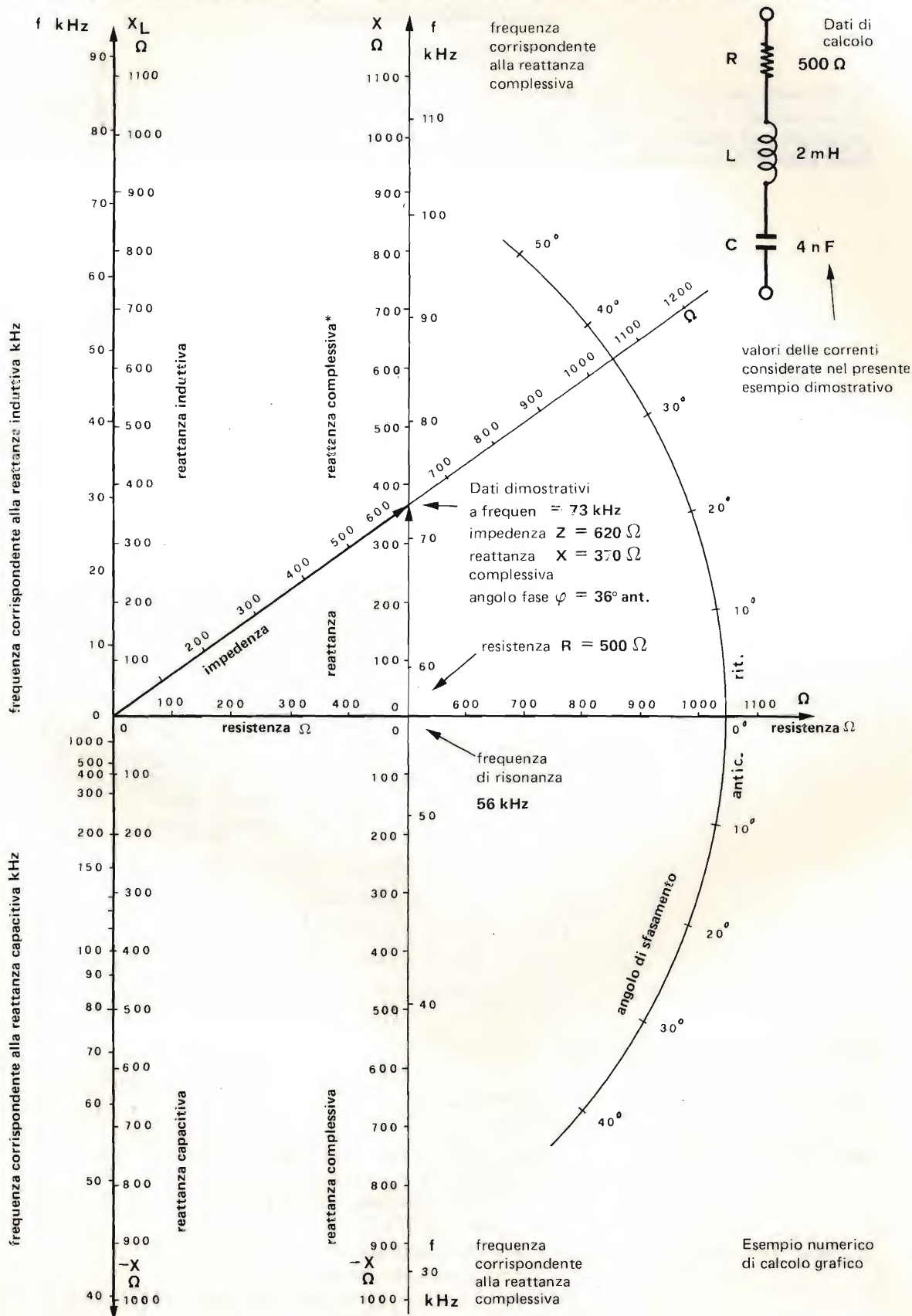


## Diagramma dell'angolo di sfasamento $\varphi$



Sezione : 1 Grandezze fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.5 Caratteristiche a regime alternato: grandezze in serie  
Argomento : 13.55 Impedenza

# RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE DELLE GRANDEZZE AL VARIARE DELLA FREQUENZA



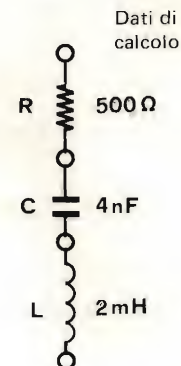


Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.5	Caratteristiche a regime alternato: grandezze in serie
Argomento	: 13.55	Impedenza

Codice	Pagina
13.55	6

### TABULAZIONE DEI CALCOLI

Per chi, malgrado tutto, non fosse ancora avvezzo alla lettura di un diagramma, abbiamo calcolato e messo in tabella i risultati che si ottengono quando la frequenza varia da 0 a 100 kHz con parametri disposti come in figura e con i valori a fianco indicati (sono gli stessi della pagina precedente)



parametro			L	C		R	
valore	variabile		2 mH	4 nF		500 Ω	
grandezza	f	$\omega$	$X_L$	$X_C$	X	Z	$\varphi$
elementi di calcolo	—	$2\pi f$	$\omega L$	$\omega C$	$X_L - X_C$	$\sqrt{R^2 + X^2}$	$\arctg \frac{X}{R}$
unità di misura	$10^3$ Hz	$10^3$ rad/sec	Ω	Ω	Ω	Ω	°
condizioni di risonanza →	0	0	0	∞	∞	∞	-90°
	10	62.8	125.6	3980.9	-3856.9	3818.1	-82°6
	20	125.6	251.2	1990.4	-1739.2	1809.6	-75°8
	30	188.5	377	1326.3	-949.3	1072.9	-72°2
	40	251.3	502.6	994.8	-492.2	701.6	-64°5
	50	314.1	628.3	795.9	-167.6	527.3	-18°5
	56.2	353.5	707.2	707.2	0	500	0°
	60	377.0	754	663.1	90.9	508.1	+10°3
	70	439.8	879.6	568.4	311.2	588.9	+31°8
	80	502.6	1005.2	497.4	507.8	712.6	+45°4
	90	565.5	1131	442.1	688.9	851.2	+54°02
	100	628.3	1256.6	397.9	858.7	993.6	+59°7

**Osservazioni** Si noti in particolare

a frequenza  $f = 0$  Hz la reattanza capacitiva  $X_C$  è infinita,  
la reattanza induttiva  $X_L$  si annulla

alla frequenza  $f = 56,27$  kHz le reattanze capacitiva  $X_C$  e induttiva  $X_L$  sono uguali  
la reattanza totale  $X$  si annulla  
l'impedenza  $Z$  diventa uguale alle resistenze  $R$   
l'angolo di fase  $\varphi$  si annulla

al crescere della frequenza  $f =$  la reattanza induttiva cresce  
la reattanza capacitiva diminuisce  
l'impedenza diminuisce fino al valore della resistenza ( $500\Omega$ ) condizioni di risonanza e poi riprende a crescere.

<b>Sezione</b>	: 1	Grandezze Fondamentali
<b>Capitolo</b>	: 13	Parametri del circuito
<b>Paragrafo</b>	: 13.6	Grandezze in parallelo
<b>Argomento</b>	: 13.61	Indice del paragrafo

<b>APPUNTI DI ELETTRONICA</b>	
<b>Codice</b>	<b>Pagina</b>
<b>13.60</b>	<b>1</b>

## Paragrafo 13.6

# CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO

## GRANDEZZE IN PARALLELO

### Indice degli argomenti e delle pagine

- arg. 13.61 — **Conduttanza**
  - pag. 1 — Premessa sul concetto di conduttanza
  - pag. 2 — Definizione di conduttanza
- arg. 13.62 — **Suscettanza capacitiva**
  - pag. 1 — Premessa sul concetto di suscettanza capacitiva
  - pag. 2 — Definizione di suscettanza capacitiva
- arg. 13.63 — **Suscettanza induttiva**
  - pag. 1 — Premesse sul concetto di suscettanza induttiva
  - pag. 2 — Definizione di suscettanza induttiva
- arg. 13.64 — **Composizione di suscettanza**
  - pag. 1 — Segno e somma di correnti reattive
  - pag. 2 — Segno e somma di suscettanza
  - pag. 3 — Somma nulla di suscettanza. Risonanza
  - pag. 4 — Frequenza di risonanza
- arg. 13.65 — **Ammettenze**
  - pag. 1 — Definizione di ammettenza
  - pag. 2 — Angolo di sfasamento e modulo dell'ammettenza
  - pag. 3 — Composizioni circuitali e vettoriali diverse
  - pag. 4 — Rappresentazione del valore delle correnti in funzione della frequenza
  - pag. 5 — Rappresentazione delle grandezze parallele al variare della frequenza
  - pag. 6 — Tabulazione dei calcoli





Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.6	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in parallelo
Argomento	: 13.61	Conduttanza

### PREMESSA SUL CONCETTO DI CONDUTTANZA

Abbiamo visto come correnti e tensioni possono variare mantenendosi proporzionali fra di loro quando interessano una conduttanza (10.22) al pari della resistenza che è però una grandezza tipica dei circuiti serie (10.51).

Abbiamo visto anche come questo concetto di rigida proporzionalità secondo il fattore  $G$ , che si chiama appunto conduttanza, coincida con il concetto di mantenimento in fase della tensione con la corrente quando si ha a che fare con fenomeni ciclici come sono le grandezze alternate (13.41).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **conduttanza** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica **dei circuiti parallelo** in quanto al denominatore comune anche con le grandezze reattive che seguono (suscettanze), troviamo la tensione, grandezza pure comune agli elementi che si trovano in parallelo fra di loro.

Questa parola non è di uso così comune come il suo reciproco, la resistenza, che è una grandezza caratteristica dei circuiti serie (10.51).

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

#### Avvertenza

Buoni motivi con i neofiti ci suggeriscono di insistere che

- nelle disposizioni in serie si sommano le resistenze,
- nelle disposizioni in parallelo si sommano le conduttanze

e che

- una somma di resistenza dà una resistenza totale
- una somma di conduttanze dà una conduttanza totale.

Resterà poi nella facoltà e nella convenienza dello studioso trasformare quest'ultima in resistenza calcolando il reciproco del valore.

## DEFINIZIONE DI CONDUTTANZA

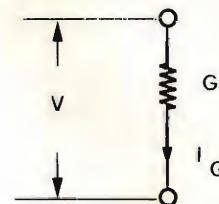
Come abbiamo ripetutamente visto altrove, la conduttanza è determinata così:

$$\text{conduttanza} \rightarrow G = \frac{I_G}{V} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{corrente in fase risultante (Amp)} \\ \leftarrow \text{tensione applicata ai capi (volt)} \end{array}$$

(S attivi)

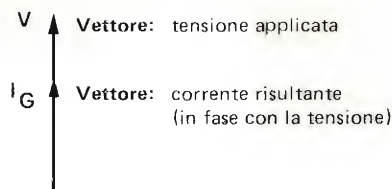
Essa è anche l'inverso della resistenza (vedi 13.51-2)

$$\text{(siemens)} \rightarrow G = \frac{1}{R} \quad \leftarrow \text{(ohm)}$$



### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in fase con la tensione, i due vettori risultano sovrapposti.



## CONDUTTANZE IN PARALLELO

### Conduttanza totale

Il valore totale di due o più conduttanze in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole conduttanze.

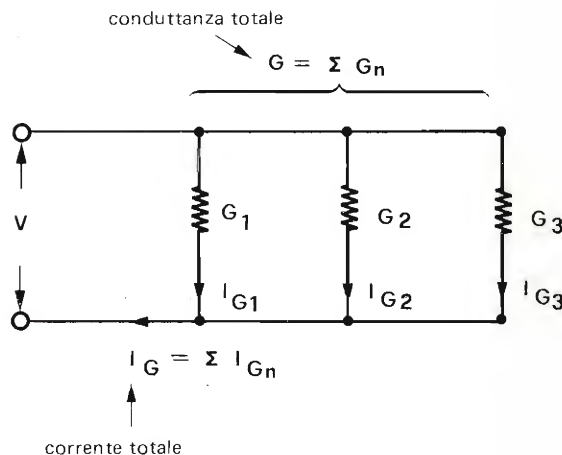
$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

### Corrente totale

Il valore della corrente totale di due o più conduttanze in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti.

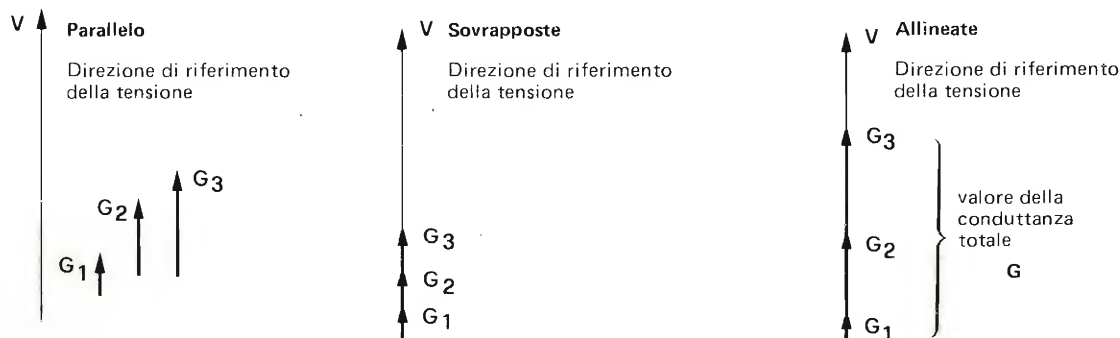
Anch'essa sarà in fase con la tensione, come le singole componenti.

$$I_G = I_{G1} + I_{G2} + I_{G3} + \dots + I_{Gn}$$



### Rappresentazione vettoriale di conduttanze

Poichè le conduttanze in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre parallele o sovrapposte alla direzione di riferimento del vettore tensione.



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.6	Caratteristiche a regime alternato. Grandezze in parallelo
Argomento	: 13.62	Suscettanza capacitiva

### PREMESSE SUL CONCETTO DI SUSCETTANZA CAPACITIVA

In precedenza (13.42) abbiamo introdotto soltanto il concetto di reattanza capacitiva, grandezza tipica dei soli circuiti serie (13.52) più comunemente in uso.

Per poter sommare le medesime grandezze disposte in parallelo è indispensabile introdurre il concetto reciproco di suscettanza capacitiva.

Infatti, come gli elementi del circuito disposti in parallelo hanno in comune la tensione, così le grandezze che li rappresentano avranno a denominatore comune il valore di tale tensione.

Perciò, d'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo **suscettanza capacitiva** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti parallelo**.

La suscettanza capacitiva ha per simbolo  $B_c$  e rispetta la seguente relazione con la reattanza capacitiva  $B_c = \frac{1}{X_c}$

In questo modo si sono potuti assimilare alla legge di Ohm (10.22) per le conduttanze anche le grandezze suscettive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella suscettanza capacitiva la corrente sfasata di  $90^\circ$  in anticipo sulla tensione (13.42).

Constaterà il lettore comunque quanto la suscettanza capacitiva sia una grandezza meno consueta della reattanza capacitiva: ma non si lascerà più ingannare nei calcoli dalle dannose consuetudini se egli avrà chiari i concetti finora espressi.

Vogliamo inoltre avvertire che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

#### Avvertenza

Buoni motivi di esperienza con i neofiti ci suggeriscono di insistere che:

- nelle disposizioni in serie si sommano le reattanze capacitive
- nelle disposizioni in parallelo si sommano le suscettanze capacitive

e che

- una somma di reattanze capacitive dà in totale ancora una reattanza capacitiva
- una somma di suscettanze capacitive dà in totale ancora una suscettanza capacitiva

Resterà poi alla facoltà e alla convenienza dello studioso trasformare quest'ultima in reattanza capacitiva calcolando il reciproco del suo valore.



### DEFINIZIONE DI SUSCETTANZA CAPACITIVA

Come abbiamo visto anche altrove, la suscettanza capacitiva è determinata così:

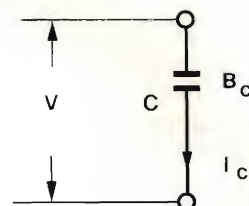
$$\text{suscettanza capacitiva (S reattivi)} \rightarrow B_c = \frac{I_c}{V} \leftarrow \begin{array}{l} \text{corrente in anticipo di } 90^\circ \text{ rispetto alla} \\ \text{tensione applicata alla capacità} \end{array}$$

Essa è anche l'inverso della reattanza capacitiva (vedi)

Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza

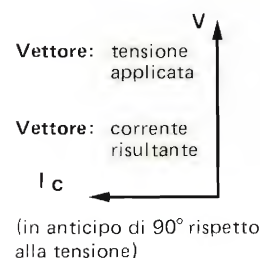
$$(\text{ohm}) \quad B_c = \frac{1}{X_c} \quad (\text{siemens})$$

$$(\text{ohm}) \quad B_c = \omega C \quad \begin{array}{l} \text{(farad)} \\ (2\pi f) \end{array}$$



### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in anticipo di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) rispetto alla tensione, la rappresentazione vettoriale è questa.



### SUSCETTANZE CAPACITIVE IN PARALLELO

#### Suscettanza capacitiva totale.

Il valore totale di due o più suscettanze capacitive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica del valore delle singole suscettanze capacitive.

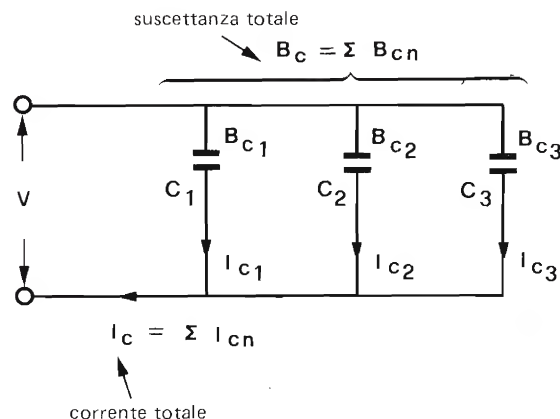
$$B_c = B_{c1} + B_{c2} + B_{c3} + \dots + B_{cn}$$

#### Corrente capacitiva totale

Il valore della corrente totale di due o più suscettanze capacitive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti capacitive.

Anch'essa sarà sfasata in anticipo di  $90^\circ$  rispetto alla tensione, come le componenti.

$$I_c = I_{c1} + I_{c2} + I_{c3} + \dots + I_{cn}$$

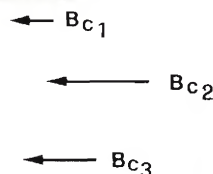


### Rappresentazione vettoriale di più suscettanze capacitive

Poichè le suscettanze capacitive in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di  $90^\circ$  in anticipo rispetto alla direzione di riferimento del vettore tensione.

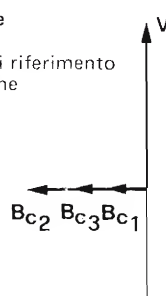
#### Parallele fra loro

Direzione di riferimento della tensione



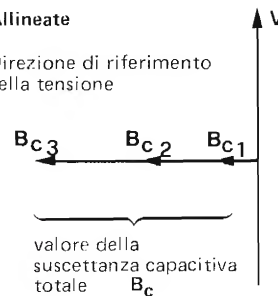
#### Sovrapposte

Direzione di riferimento della tensione



#### Allineate

Direzione di riferimento della tensione



Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.6	Caratteristiche a regime alternato: grandezze in parallelo
Argomento	: 13.63	Suscettanza induttiva

### PREMESSE SUL CONCETTO DI SUSCETTANZA INDUTTIVA

In precedenza (13.43) abbiamo introdotto soltanto il concetto di reattanza induttiva, grandezza tipica dei soli circuiti serie (13.53) più comunemente in uso.

Per poter sommare le medesime grandezze disposte in parallelo è indispensabile introdurre il concetto reciproco di suscettanza induttiva.

Infatti, come gli elementi del circuito disposti in parallelo hanno in comune la tensione, così le grandezze che li rappresentano avranno a denominatore comune il valore di tale tensione.

Perciò, d'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **suscettanza induttiva** dobbiamo pensare ad una grandezza caratteristica dei **circuiti parallelo**.

La suscettanza induttiva ha per simbolo  $B_L$  e rispetta la seguente relazione con la reattanza induttiva.

$$B_L = \frac{1}{X_L}$$

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm (10.22) per le conduttanze anche le grandezze suscettive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nelle suscettanze induttive la corrente sfasata di  $90^\circ$  in ritardo rispetto alla tensione (13.43).

Constaterà il lettore comunque quanto la suscettanza induttiva sia una grandezza meno consueta della reattanza induttiva, ma non si lascerà più ingannare nei calcoli dalle dannose consuetudini, se avrà ben chiari i concetti finora esposti.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

#### Avvertenza

Buoni motivi di esperienza con i neofiti ci suggeriscono di insistere che

nelle disposizioni in serie si sommano le reattanze induttive  
nelle disposizioni in parallelo si sommano le suscettanze induttive

e che

una somma di reattanze induttive dà in totale ancora una reattanza induttiva  
una somma di suscettanze induttive dà in totale ancora una suscettanza induttiva.

Resterà poi alla facoltà e alla convenienza dello studioso trasformare quest'ultimo in reattanza induttiva calcolando il reciproco del suo valore.

### DEFINIZIONE DI SUSCETTANZA INDUTTIVA

Come abbiamo visto anche altrove, la suscettanza induttiva è determinata così:

$$\text{suscettanza induttiva (S reattivi)} \rightarrow B_L = \frac{I_L}{V} \leftarrow \begin{array}{l} \text{corrente in ritardo di } 90^\circ \text{ rispetto alla} \\ \text{tensione applicata alla induttanza} \end{array}$$

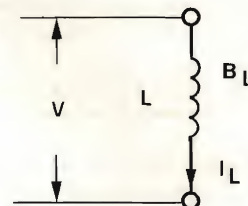
Essa è anche l'inverso della reattanza induttiva (vedi)

$$(\text{ohm}) \quad B_L = \frac{1}{X_L} \quad (\text{siemens})$$

Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza

$$(\text{ohm}) \quad B_L = \frac{1}{\omega L} \quad (\text{henry})$$

(2  $\pi$  f)



### Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in ritardo di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) rispetto alla tensione, la rappresentazione vettoriale è questa →



### SUSCETTANZE INDUTTIVE IN PARALLELO

#### Suscettanza induttiva totale

Il valore totale di due o più suscettanze induttive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole suscettanze induttive.

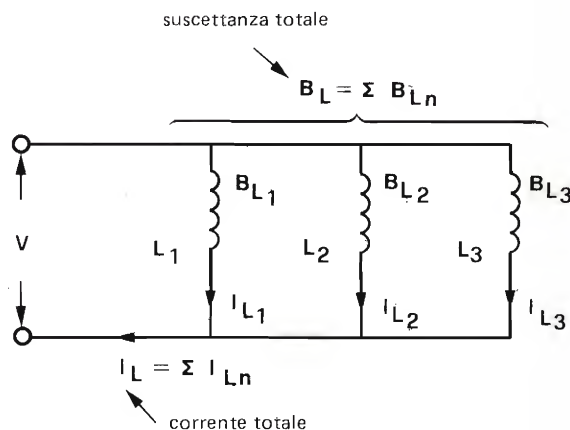
$$B_L = B_{L1} + B_{L2} + B_{L3} + \dots + B_{Ln}$$

#### Corrente induttiva totale

Il valore della corrente totale di due o più suscettanze induttive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti capacitive.

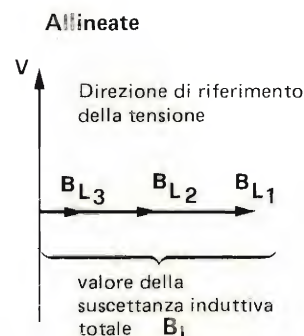
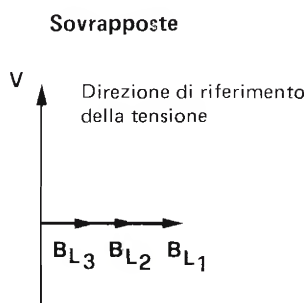
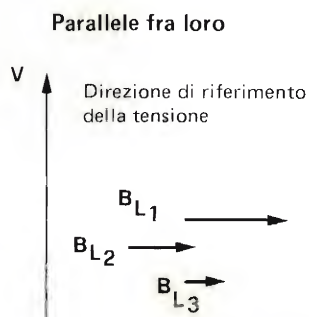
Anch'essa sarà sfasata in ritardo di  $90^\circ$  rispetto alla tensione, come le componenti.

$$I_L = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} + \dots + I_{Ln}$$



### Rappresentazione vettoriale di più suscettanze induttive

Poichè le suscettanze induttive in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di  $90^\circ$  in ritardo rispetto alla direzione di riferimento del vettore tensione.





### SEGNO E SOMMA DI CORRENTI REATTIVE

Si abbiano, collegate in parallelo, una suscettanza induttiva ed una suscettanza capacitiva.

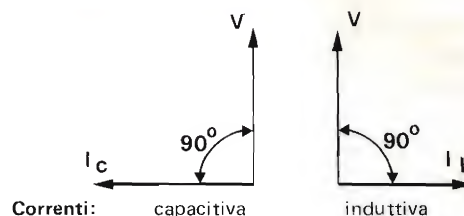
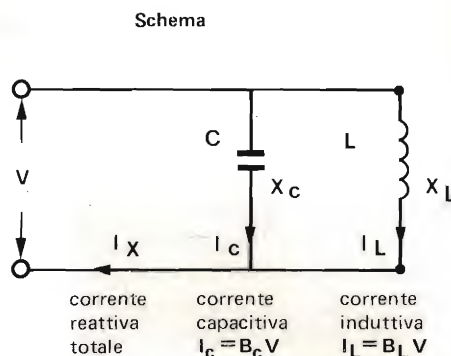
Esse sono alimentate dalla medesima tensione, mentre le rispettive correnti hanno, sfasamento di  $90^\circ$ , ciascuna da parte opposta, rispetto alla direzione della tensione stessa.

Ciò significa che i vettori delle due correnti sono allineati, ma hanno direzioni opposte.

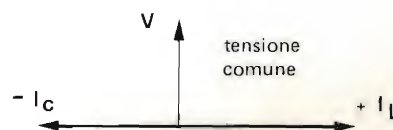
Pertanto, a ciascuna corrente si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due correnti in opposizione di fase sarà algebrica.

Abitualmente si attribuisce

- il segno negativo alla corrente induttiva
- + il segno positivo alla corrente capacitiva.



La rappresentazione vettoriale delle due correnti, rispetto alla tensione, può essere sintetizzata in questo modo.



Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della tensione di riferimento e in questo modo ci uniformeremo nel grafico seguente.

#### Rappresentazione vettoriale della corrente reattiva totale

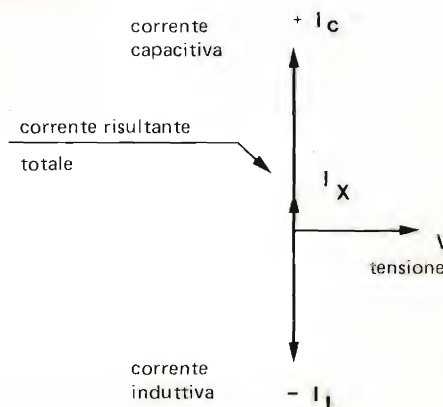
La somma algebrica delle due correnti che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della corrente totale.

Questa corrente reattiva risultante, sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè positivo o negativo), a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la tensione capacitiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente

$$I_X = I_C - I_L$$



## SEGNO E SOMMA DI SUSCETTANZE

Poichè, come abbiamo già visto, anche le suscettanze sono grandezze vettoriali con angolo di fase relativo ad una grandezza comune (la tensione), esse possono sommarsi vettorialmente come le rispettive correnti.

Perciò, anche i vettori che rappresentano

la suscettanza capacitiva e  
la suscettanza induttiva

saranno rappresentati da parti opposte sfasati di  $90^\circ$  (in anticipo e in ritardo) rispetto alla direzione del vettore che rappresenta la tensione.

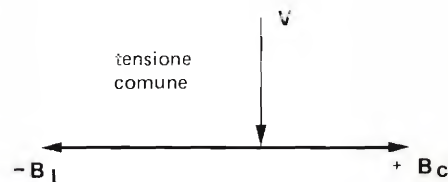
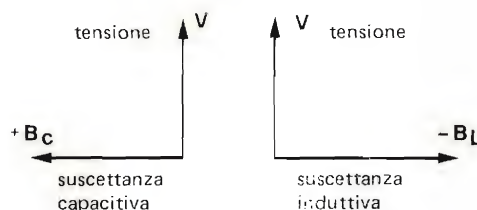
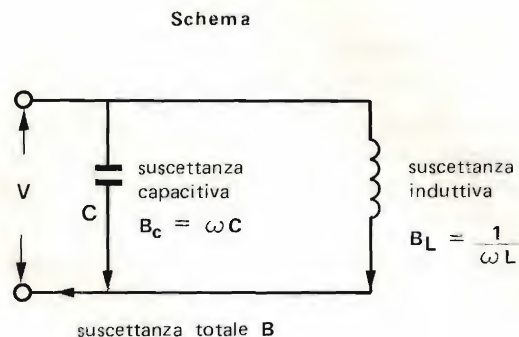
Ciò significa che i vettori delle due suscettanze sono allineati ma hanno direzioni opposte.

Pertanto, a ciascuna suscettanza si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due suscettanze in opposizione di fase sarà algebrica.

Abitualmente si attribuisce

- ) il segno negativo alla suscettanza induttiva
- +) il segno positivo alla suscettanza capacitiva.

La rappresentazione vettoriale delle due suscettanze, rispetto alla tensione, può essere sintetizzata in questo modo



Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della tensione di riferimento e nel grafico seguente ci uniformeremo senz'altro.

### Rappresentazione vettoriale della suscettanza totale

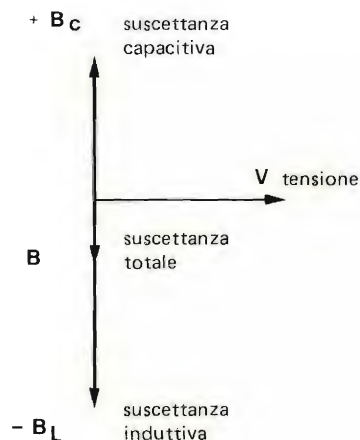
La somma algebrica delle due suscettanze che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della suscettanza totale.

Questa suscettanza totale sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè positiva o negativa), a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la suscettanza induttiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente

$$B = B_c - B_L$$





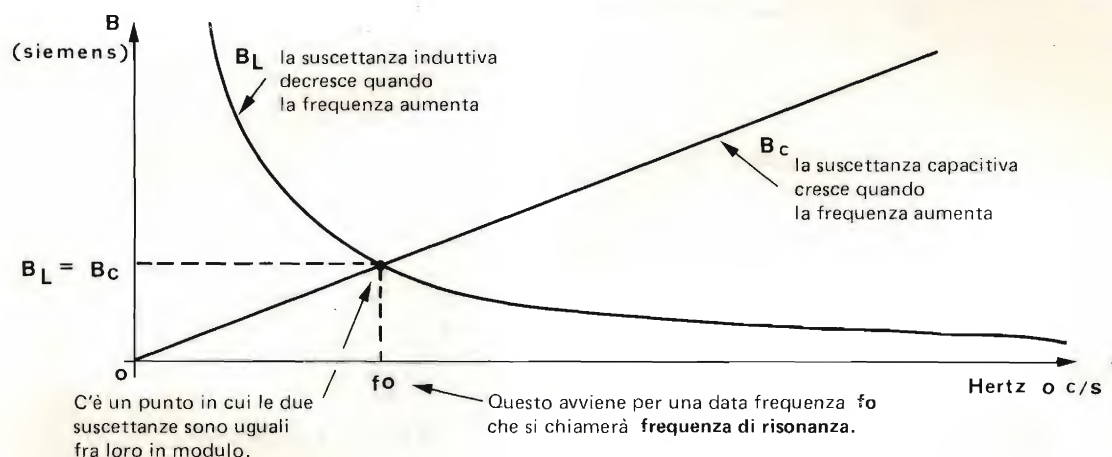
### SOMMA NULLA DI SUSCETTANZE – RISONANZA

Abbiamo visto quanto segue, in valore assoluto

suscettanza capacitiva (siemens)  $\rightarrow B_C = \omega C$   $\leftarrow$  capacità (farad)  
 $\omega = 2\pi f$  (rad/s)

suscettanza induttiva (siemens)  $\rightarrow B_L = \frac{1}{\omega L}$   $\leftarrow$  induttanza (henry)  
 $\omega = 2\pi f$  (rad/s)

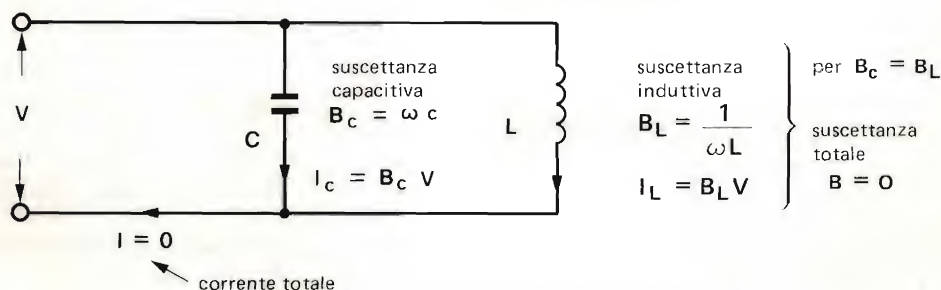
Rappresentiamo graficamente i valori delle due suscettanze in funzione della frequenza (valori assoluti).



Anche se uguali fra loro in modulo, le due suscettanze hanno vettorialmente direzioni opposte; cioè le correnti che si sommano al nodo, sono in opposizione di fase fra loro.

La somma di due siffatte suscettanze è uguale a zero, così come è uguale a zero in ogni istante la somma delle correnti.

Vediamo il significato di tutto questo.



**Nota:** La corrente totale è uguale a zero anche se c'è tensione nel circuito, mentre le due correnti capacitiva e induttiva hanno un valore ben definito.

Ciò significa che l'induttanza e la capacità si scambiano reciprocamente la loro energia al ritmo della frequenza relativa alla tensione di alimentazione senza richiamare altra energia dal generatore.



Sezione	:	1	Grandezze fondamentali
Capitolo	:	13	Parametri del circuito
Paragrafo	:	13.6	Caratteristiche a regime alternato: grandezze in parallelo
Argomento	:	13.64	Composizione di suscettanze

## FREQUENZA DI RISONANZA

Conoscendo la capacità **C (farad)** e l'induttanza **L (henry)**, è possibile determinare per quale frequenza **f (hertz)** il circuito parallelo, comprendente le due grandezze, entra in risonanza.

Essendo

la suscettanza capacitiva  $B_C = \omega C$

la suscettanza induttiva  $B_L = \frac{1}{\omega L}$

l'uguaglianza  $B_C = B_L$  delle suscettanze porta all'uguaglianza corrispondente

$$\omega C = \frac{1}{\omega L}$$

Sviluppando si ha

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

da cui

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

pulsazione di risonanza (rad/sec) ←

capacità (farad) ←

induttanza (henry) ←

Essendo inoltre  $\omega = 2\pi f$  e sostituendo, si ha

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

frequenza di risonanza (in hertz o cicli/sec) →

capacità (farad) ←

induttanza (henry) ←

Questa relazione è identica a quella descritta per il circuito serie (vedi. 13.74-1).

Ciò significa che le due grandezze risuonano sia se collegate in serie, sia se collegate in parallelo.

### Altri problemi

Lo sviluppo della relazione tra frequenza, capacità e induttanza, permette la soluzione di altri analoghi problemi.

a) Conoscendo la capacità **C (farad)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della induttanza parallelo, che manda in risonanza il circuito stesso.

Essa sarà

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

induttanza (henry) →

capacità (farad) ←

pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec) ←

b) Conoscendo l'induttanza **L (henry)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della capacità parallelo, che manda in risonanza il circuito stesso.

Essa sarà

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

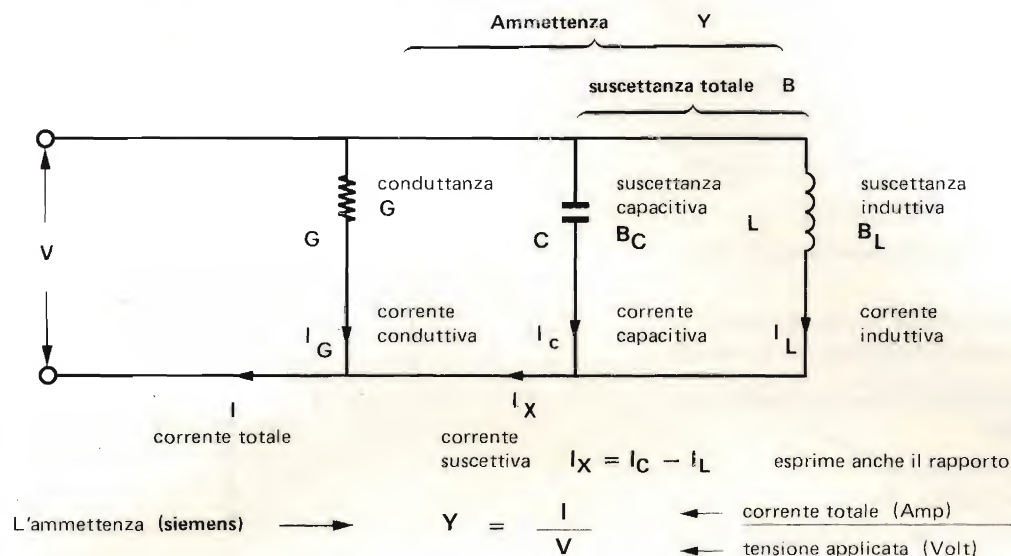
capacità (farad) →

induttanza (henry) ←

pulsazione =  $2\pi f$  (rad/sec) ←

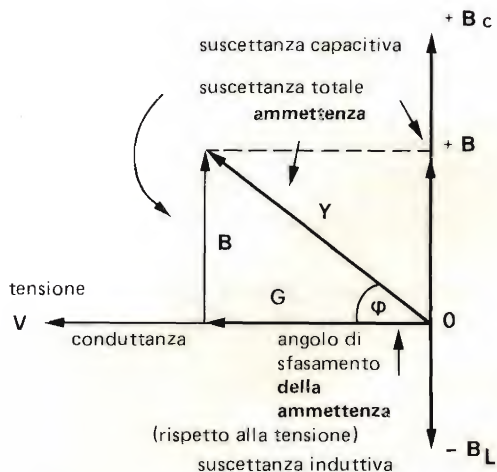
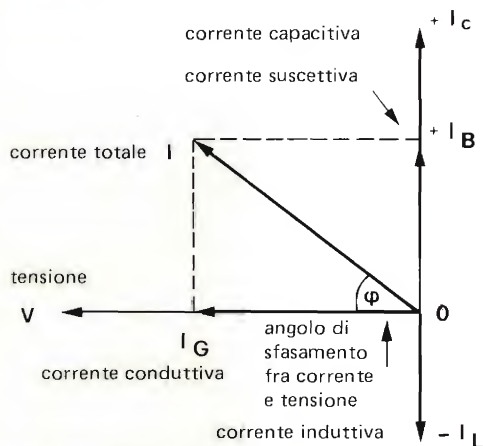
### DEFINIZIONE DI AMMETTENZA

Quando una conduttanza si trova in parallelo ad una o più suscettanze, si ottiene una ammettenza.



### RAPPRESENTAZIONI VETTORIALI

#### Correnti



#### Definizione generale

Si chiama **ammettenza** di un circuito il rapporto fra la corrente che lo attraversa e la tensione ai suoi capi.

Questo valore non può da solo definire l'ammettenza, se non è associato all'**angolo di sfasamento** fra corrente e tensione.

$$\varphi = \arctg \frac{I_B}{I_G} = \arctg \frac{B}{G}$$

In altre parole, è l'angolo espresso dalla pendenza di un lato (ammettenza) rispetto all'altro (tensione o conduttanza) qui in orizzontale.

La pendenza è determinata dal rapporto  $\tg \varphi = \frac{I_B}{I_G}$  o dall'ugual rapporto  $\tg \varphi = \frac{B}{G}$

L'ammettenza è anche l'inverso dell'impedenza (vedi. 13.55-1).  $Y = \frac{1}{Z}$

## ANGOLO DI SFASAMENTO E MODULO DELL'AMMETTENZA

### Angolo di sfasamento

Come già visto, la definizione del solo modulo

$$\text{ammettenza} \quad Y = \frac{I}{V} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{corrente} \\ \leftarrow \text{tensione} \end{array}$$

non è sufficiente a definire l'ammettenza.

Infatti, ci sono infiniti angoli di sfasamento cui compete lo stesso modulo.

Pertanto è indispensabile che al valore del modulo sia associato l'angolo di sfasamento fra corrente e tensione.

Poiché l'ammettenza consta di due grandezze vettoriali, fra loro ortogonali:

la suscettanza  $B$   
la conduttanza  $G$

l'angolo di sfasamento può essere determinato da una delle seguenti funzioni trigonometriche:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B}{G} \quad \cos \varphi = \frac{G}{Y} \quad \sin \varphi = \frac{B}{Y}$$

### Modulo

Conoscendo l'angolo di sfasamento, si possono determinare le grandezze vettoriali che formano l'impedenza stessa.

Infatti:

$$\begin{array}{l} \text{la suscettanza} \quad B = Y \sin \varphi \\ \text{la conduttanza} \quad G = Y \cos \varphi \end{array}$$

Conoscendo inoltre

la suscettanza  $B$   
e la conduttanza  $G$

è possibile determinare il modulo

della ammettenza  $Y$

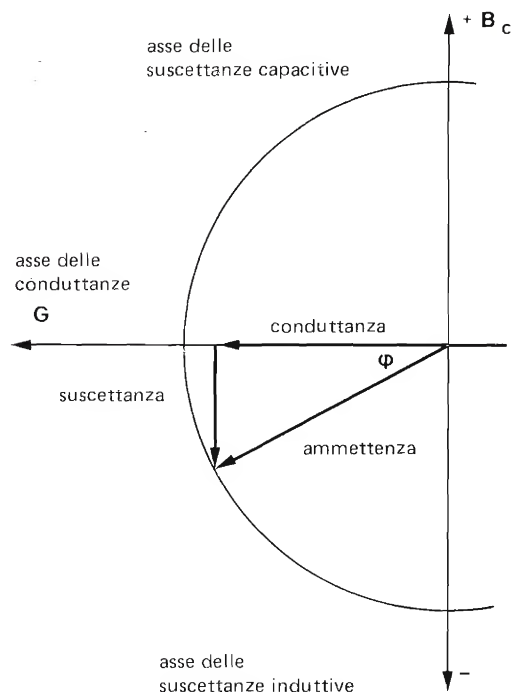
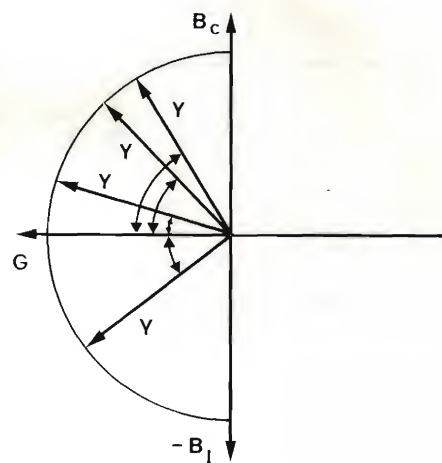
anche mediante il teorema di Pitagora

$$Y = \sqrt{B^2 + G^2}$$

In ogni caso è sufficiente conoscere due delle tre grandezze per determinare la terza

$$G = \sqrt{Y^2 - B^2}$$

$$B = \sqrt{Y^2 - G^2}$$



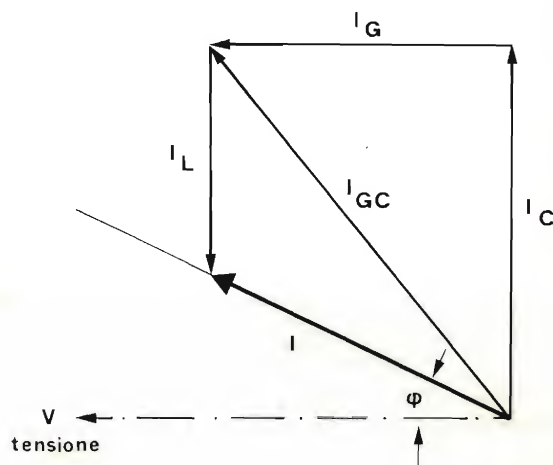
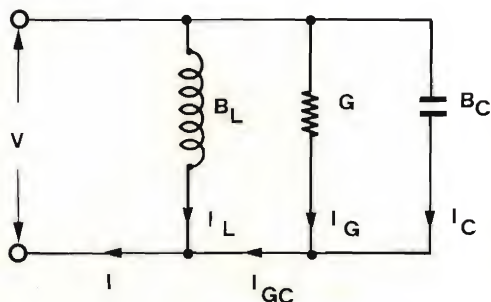
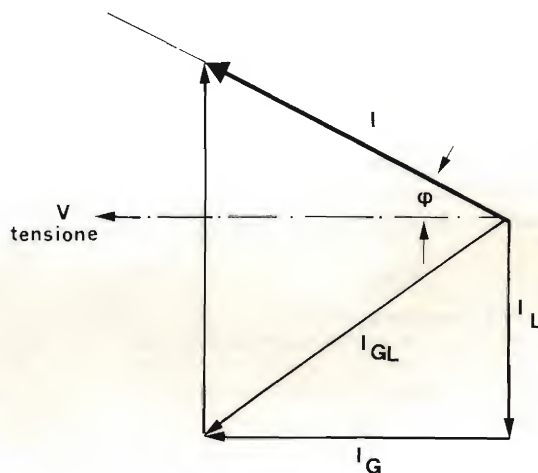
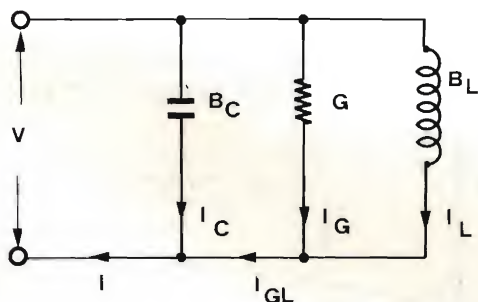
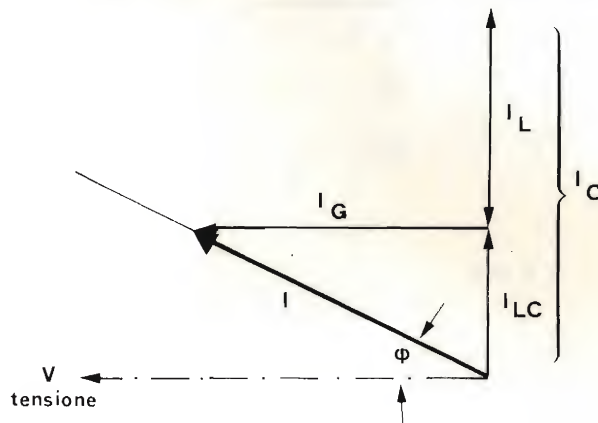
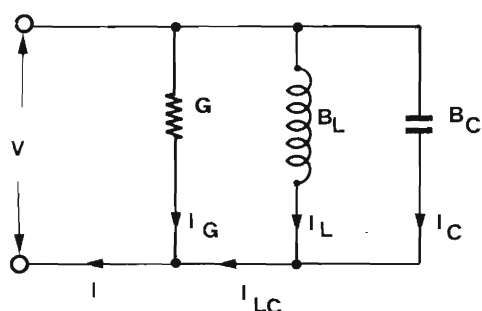


### COMPOSIZIONI CIRCUITALI E VETTORIALI DIVERSE

Le stesse costanti del circuito, disposte diversamente, possono dar luogo a svariate combinazioni che qui sono illustrate schematicamente e vettorialmente.

L'angolo di fase è quello che ciascun vettore forma con l'orizzontale che è stata presa come riferimento (tensioni e conduttanze).

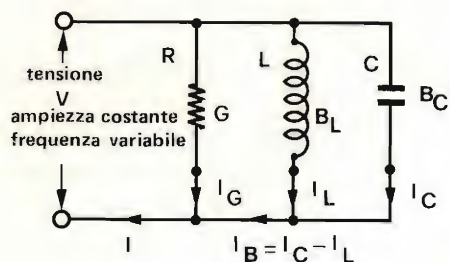
N.B. — Le correnti omologhe sono uguali in modulo e fase o in altre parole comunque si dispongano le componenti, purchè sempre in parallelo fra loro, danno sempre la medesima risultante, in modulo e fase.



Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.6	Caratteristiche a regime alternato: grandezze in parallelo
Argomento	: 13.65	Ammettenza

# RAPPRESENTAZIONE DEL VALORE DELLE CORRENTI IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

Schema



$$G = \frac{1}{R}$$

$$B_C = C$$

$$B_L = \frac{1}{L}$$

Diagramma vettoriale

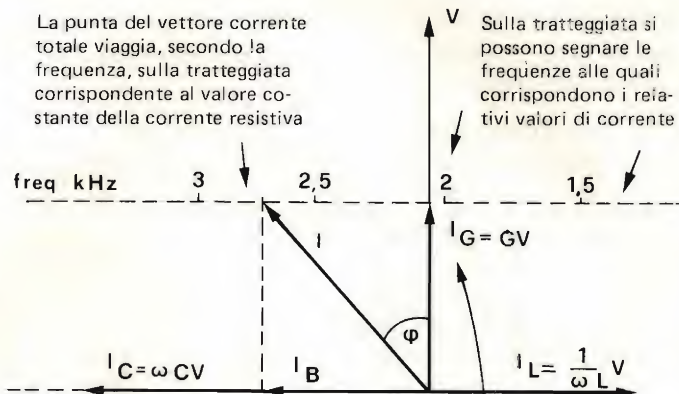


Diagramma modulare

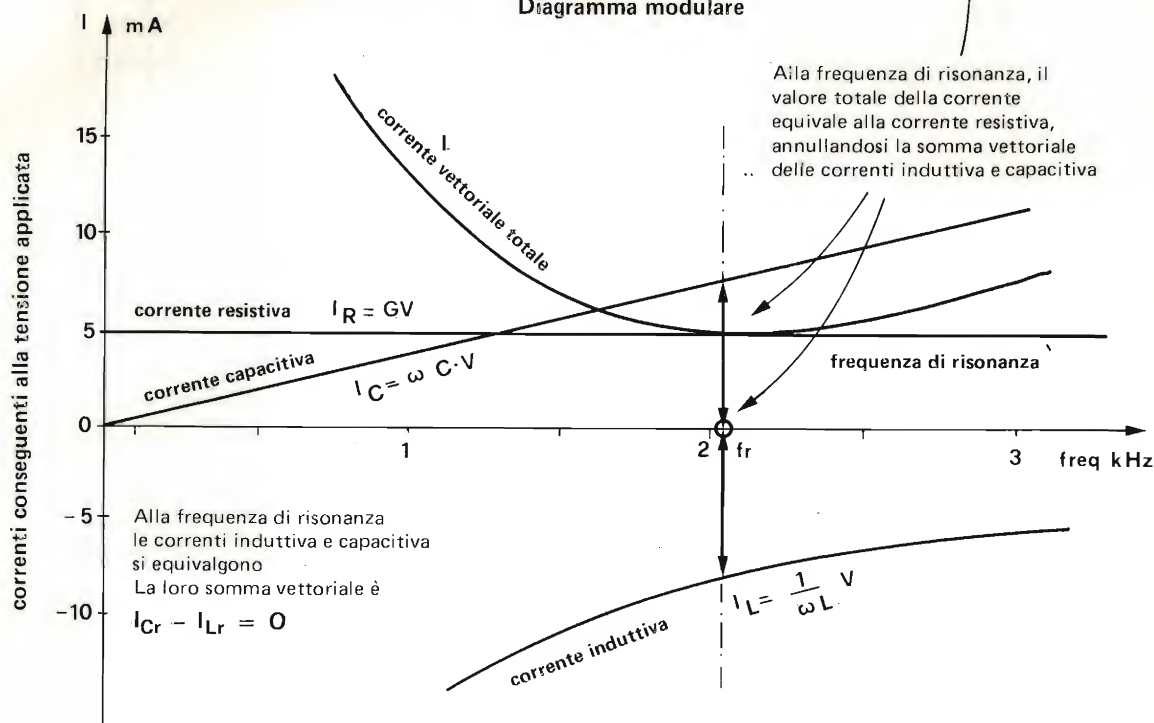
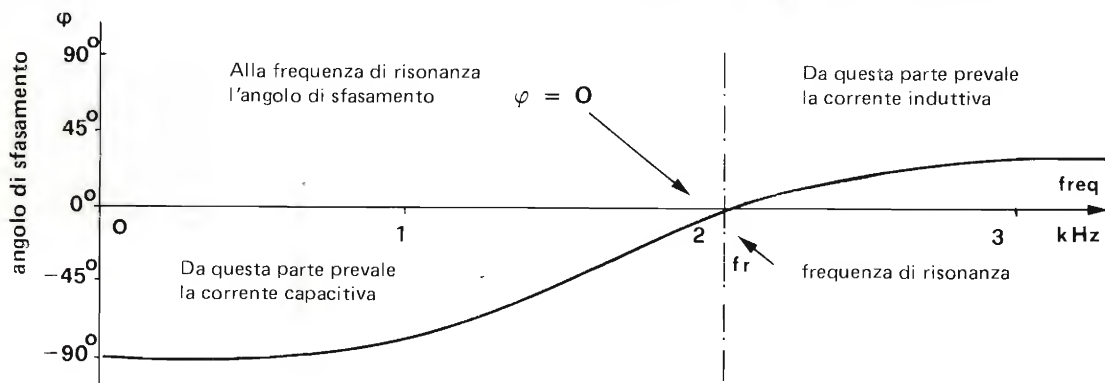
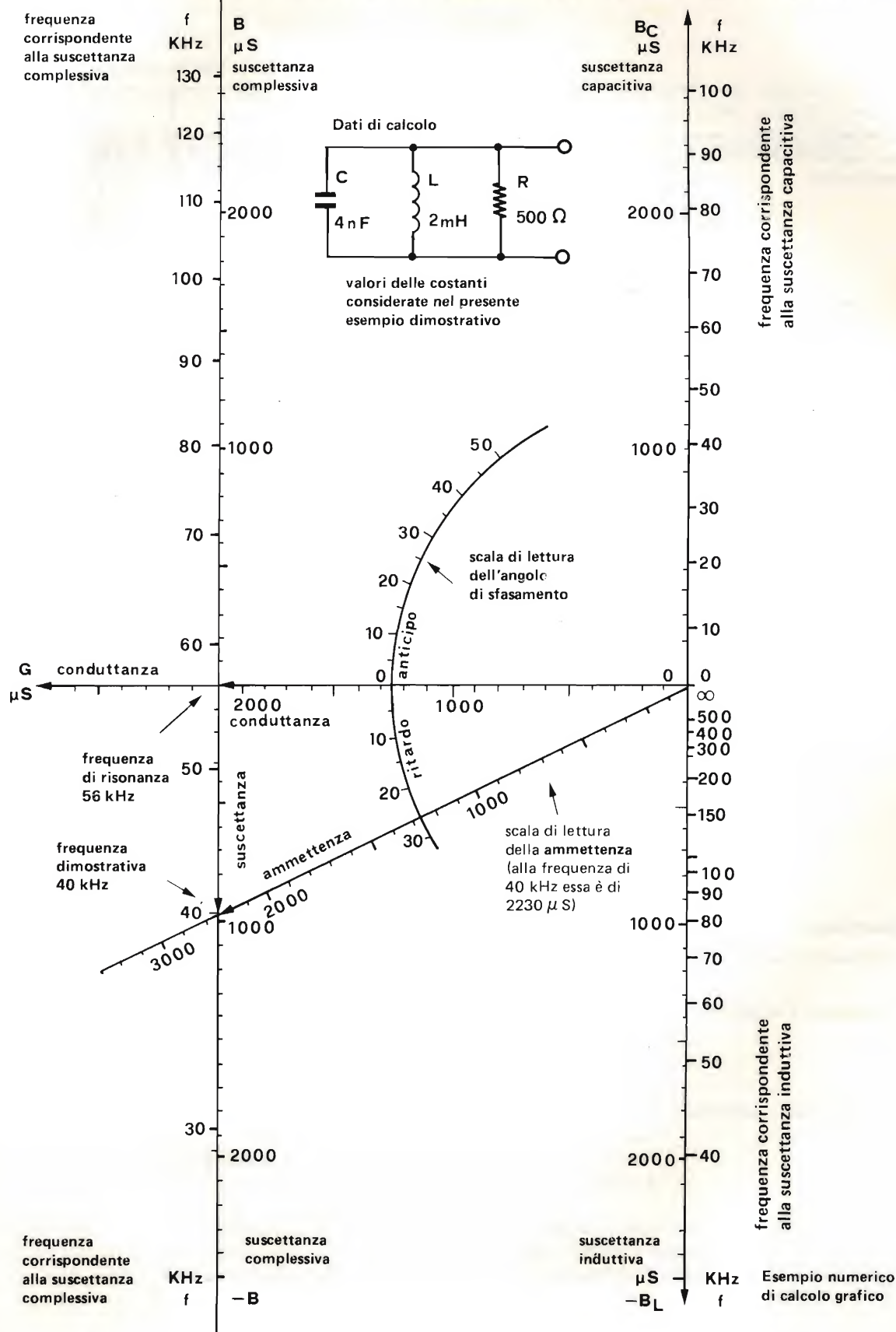


Diagramma dell'angolo di sfasamento  $\varphi$



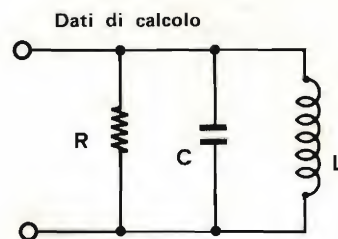
## RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE DELLE GRANDEZZE AL VARIARE DELLA FREQUENZA





**TABULAZIONE DEI CALCOLI**

Per chi, malgrado tutto, non fosse ancora avvezzo alla lettura di un diagramma, abbiamo calcolato e messo in tabella i risultati che si ottengono quando la frequenza varia da 0 a 100 kHz con parametri disposti come in figura e con i valori a fianco indicati (sono gli stessi della pagina precedente).



parametri			L	C		$G = \frac{1}{R}$		
valori	variabile		2 mH	4 nF		2 mS		
grandezze	f	$\omega$	BL	Bc	B	Y	$\varphi$	Z
elementi di calcolo	—	$2 \pi f$	$\frac{1}{\omega L}$	$\omega C$	$X_C - X_L$	$\sqrt{G^2 + B^2}$	$\text{arc tg } \frac{B}{G}$	$\frac{1}{Y}$
unità di misura	kHz	$10^3 \text{ rad/sec}$	mS	mS	mS	mS	°	$\Omega$
condizioni di risonanza	0	0	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	—	0
	10	62.8	7.95	0.25	-7.7	7.95	75° 8	125
	20	125.6	3.97	0.50	-3.47	4.01	60° 0	249
	30	188.5	2.65	0.75	-1.9	2.75	43° 5	362
	40	251.3	1.98	1.01	-0.96	2.22	25° 6	450
	50	314.1	1.59	1.26	-0.33	2.02	9° 3	493
	56.2	363.5	1.41	1.41	0.	2.00	0°	500
	60	377.0	1.32	1.51	0.18	2.01	5° 1	493
	70	439.8	1.13	1.76	0.63	2.09	17° 5	476
	80	502.6	0.95	2.01	1.06	2.26	27° 9	441
	90	565.5	0.88	2.26	1.38	2.43	34° 6	411
	100	628.3	0.79	2.51	1.72	2.64	40° 7	379

↑  
impedenza  
equivalente

**Osservazioni:**

Si noti in particolare e si confronti con 13.55-6.

a frequenza  $f = 0 \text{ Hz}$

la suscettanza capacitiva  $B_c$  si annulla

la suscettanza  $B$  è infinità

a frequenza  $f = 56.27 \text{ kHz}$

le suscettanze capacitiva  $B_c$  e induttiva  $B_l$  sono uguali

la suscettanza  $B$  si annulla

l'ammettenza  $Y$  diventa uguale alla conduttanza  $G$

l'angolo di fase si annulla

Al crescere della frequenza

la suscettanza induttiva diminuisce

la suscettanza capacitiva cresce

l'ammettenza diminuisce fino al valore della conduttanza (**2 mS**) (in condizioni di risonanza) e poi riprende a crescere.

Abbiamo voluto aggiungere anche i corrispondenti valori della impedenza equivalente per mostrare, come, in paragone a 13.55-6, l'impedenza assume valori inferiori (infatti qui le grandezze sono in parallelo) per crescere fino al valore della resistenza  $R$  in condizioni di risonanza (annullamento della suscettanza totale  $B$ ) e poi riprende a diminuire.

Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.7	Caratteristiche a regime alternato. Equivalenze serie e parallelo
Argomento	: 13.70	Indice del paragrafo

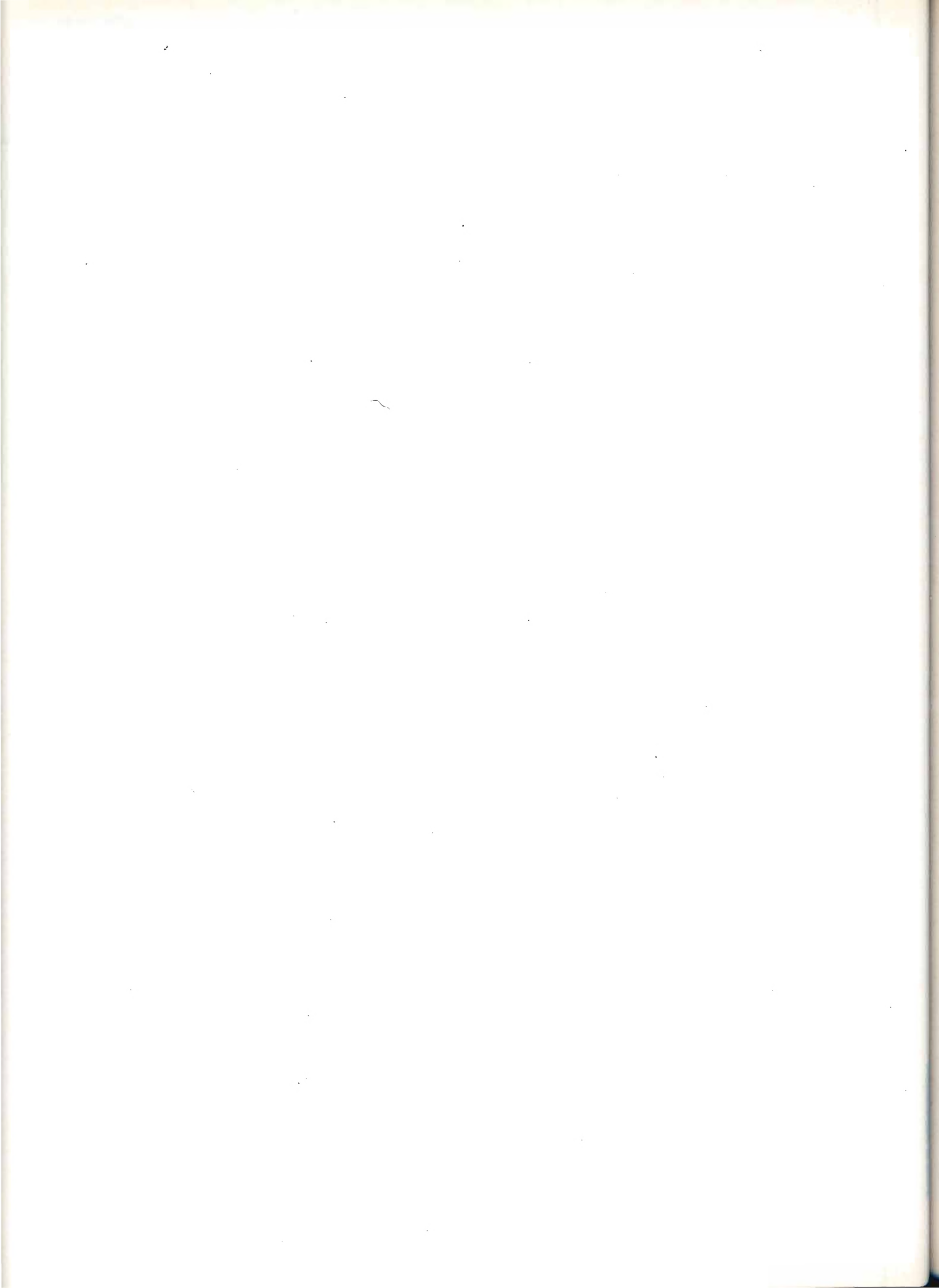
## **Paragrafo 13.7**

# **CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO**

### **EQUIVALENZE SERIE PARALLELO**

#### **Indice degli argomenti e delle pagine**

- arg. 13.71 — **Confronti fra i valori in serie e in parallelo**
  - pag. 1 — Due resistenze
  - pag. 2 — Resistenza e capacità
  - pag. 3 — Resistenza e induttanza
  - pag. 4 — Capacità e induttanza
  
- arg. 13.72 — **Valori equivalenti a frequenza costante**
  - pag. 1 — Premesse sull'argomento
  - pag. 2 — Definizione di disposizione equivalente
  - pag. 3 — Geometria dimensionale delle grandezze equivalenti
  - pag. 4 — Resistenza, Reattanza induttiva, Reattanza capacitiva, Induttanza
  - pag. 5 — Resistenze equivalenti
  - pag. 6 — Resistenza e induttanza equivalenti
  - pag. 7 — Resistenza e capacità equivalenti
  - pag. 8 — Induttanza e capacità equivalenti
  
- arg. 13.73 — **Valori equivalenti a frequenza variabile**
  - pag. 1 — Premessa sull'argomento
  - pag. 2 —  $R + L + C$  (parallelo): Comportamento dei valori equivalenti serie
  - pag. 3 —  $R \parallel L \parallel C$  (serie): Comportamento dei valori equivalenti parallelo
  - pag. 4 —  $R (R + L + C)$ : Comportamento dei valori equivalenti





Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.7	Caratteristiche a regime alternato: Equivalenze serie e parallelo
Argomento	: 13.71	Confronti tra i valori in serie e in parallelo

Codice	Pagina
13.71	1

## DUE RESISTENZE

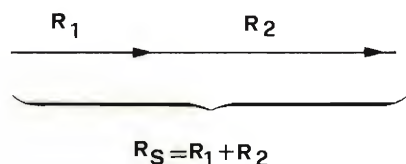
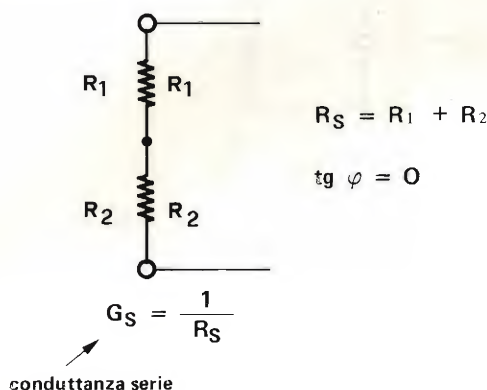
Le stesse resistenze, quando sono collegate in serie, non presentano la medesima resistenza globale che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare.

Ovviamente, sia la resistenza globale serie, che la resistenza equivalente parallelo, hanno sempre le dimensioni di una resistenza, quindi non creano alcuno sfasamento fra tensione e corrente.

Cioè l'angolo di fase  $\varphi = 0$

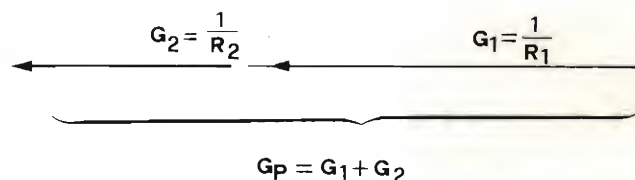
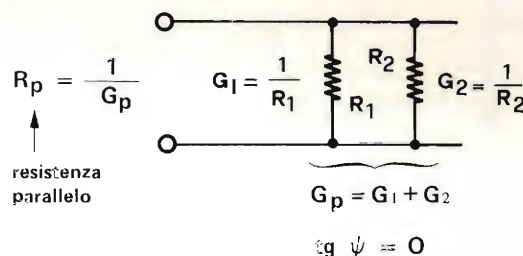
### DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie si sommano le resistenze (13.51).



### DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo si somma le condutture (13.61).



Per fare un confronto più diretto dei moduli che rappresentano la resistenza globale serie  $R_S$  e la resistenza equivalente parallelo  $R_P$ , trasformiamo la  $R_P$  in modo che compaiano le stesse grandezze che si trovano in  $R_S$ .

Cioè

$$R_S = R_1 + R_2$$

resistenza globale serie

$$R_P = \frac{1}{G_P} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

resistenza equivalente parallelo

Confrontare come, per quanti sforzi si faccia, i due valori non potranno mai essere uguali.

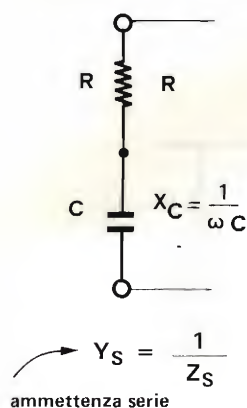
## RESISTENZA E CAPACITA'

Le stesse costanti del circuito, quando sono collegate in serie, non solo non presentano la medesima impedenza che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare, ma non presentano nemmeno il medesimo angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Dimostreremo che la tangente trigonometrica dell'angolo di fase serie è reciproca della tangente trigonometrica dell'angolo di fase parallelo.

### DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la resistenza si somma vettorialmente con la reattanza capacitiva per dare una impedenza (13.55).



$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

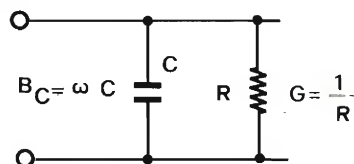
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{1}{\omega C R} \\ &= \frac{1}{\omega C R} \end{aligned}$$

$$Z_p = \frac{1}{Y_p}$$

impedenza parallelo

### DISPOSIZIONE PARALLELO

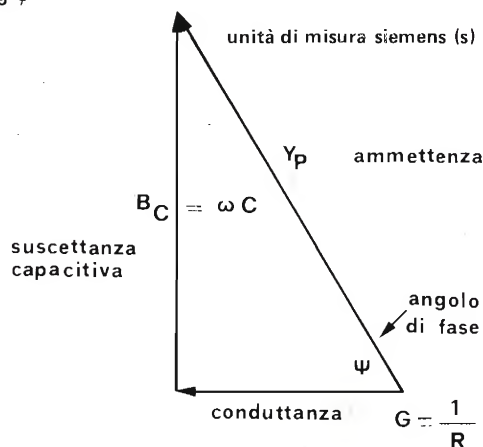
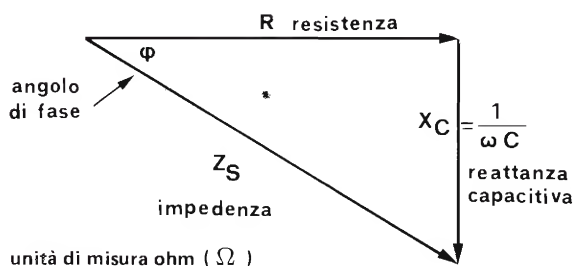
Nella disposizione parallelo la conduttanza si somma vettorialmente con la suscettanza capacitiva per dare una ammettenza (13.65).



$$Y_p = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\omega C}{G} = \frac{R}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C R$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} \psi}$$



Per fare un confronto più diretto dei moduli, ripetiamo le rispettive espressioni e trasformiamo la  $Z_p$  in modo che compaiano le stesse grandezze che si trovano in  $Z_s$ .

Cioè

$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

impedenza serie

impedenza parallelo

$$Z_p = \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}} =$$

Confrontare come, per quanti sforzi si faccia, i due valori non potranno mai essere uguali

$$\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}} = \sqrt{\frac{R^2 X_C^2}{R^2 + X_C^2}}$$

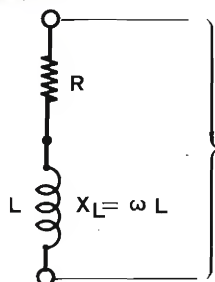
## RESISTENZA E INDUTTANZA

Le stesse costanti del circuito, quando sono collegate in serie, non solo non presentano la medesima impedenza che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare, ma non presentano nemmeno il medesimo angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Dimostreremo che la tangente trigonometrica dell'angolo di sfasamento serie è reciproca della tangente trigonometrica dell'angolo di fase parallelo.

### DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la resistenza si somma vettorialmente con la reattanza induttiva per dare una impedenza (13.55).



$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

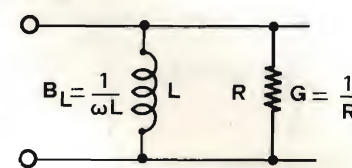
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

$$Y_s = \frac{1}{Z_s}$$

ammettenza serie

### DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo la conduttanza si somma vettorialmente con la suscettanza induttiva per dare una ammettenza (13.65).



$$Z_p = \frac{1}{Y_p}$$

impedenza parallelo

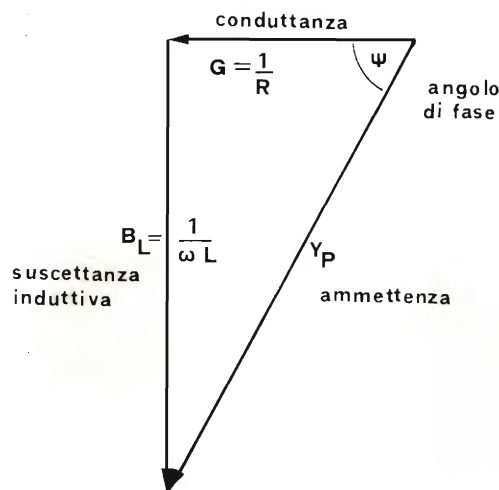
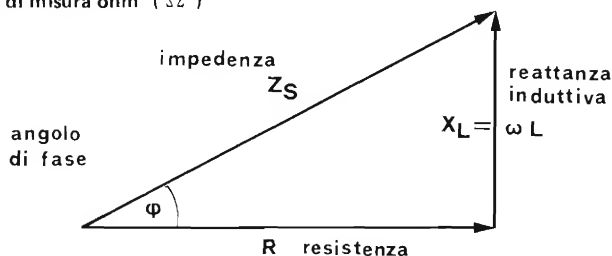
$$Y_p = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\frac{\omega L}{G}} = \frac{R}{\omega L}$$

$$\text{conclusione } \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} \psi}$$

confrontare

unità di misura ohm ( $\Omega$ )



Per fare un confronto più diretto dei moduli, ripetiamo le rispettive espressioni e trasformiamo la  $Z_p$  in modo che compaiano le stesse costanti che si trovano in  $Z_s$ .

Cioè

$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\begin{aligned} Z_p &= \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B_L^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}} = \sqrt{\frac{R^2 X_L^2}{R^2 + X_L^2}} \end{aligned}$$

Confrontare come, per quanti sforzi si faccia, i due valori non potranno mai essere uguali

Era ovvio, ma queste cose è sempre meglio metterle bene in chiaro.

Nessuno mette in dubbio infatti che due resistenze collegate in serie o collegate in parallelo, presentano due valori globali ben diversi.



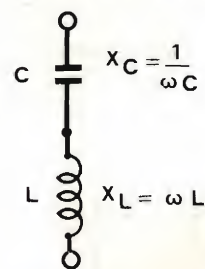
## CAPACITA' E INDUTTANZA

Le stesse costanti reattive del circuito, quando sono collegate in serie, non presentano la stessa reattanza globale che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare.

Ovviamente, sia la reattanza globale serie, che la reattanza equivalente parallelo, hanno sempre le dimensioni di una resistenza, e perciò mantengono lo sfasamento di  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$  rad) fra tensione e corrente.

### DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la differenza fra le reattanze capacitiva e induttiva dà una reattanza simile a quella che prevale (13.54-2).

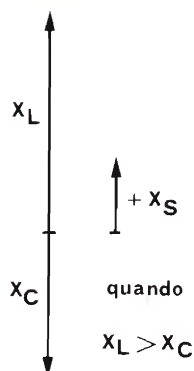


$$X_s = X_L - X_C$$

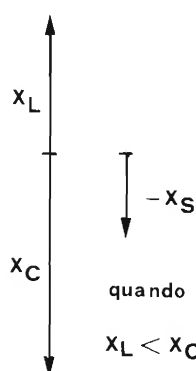
$$\tan \phi = \infty$$

$$B_s = \frac{1}{X_s}$$

suscettanza  
serie



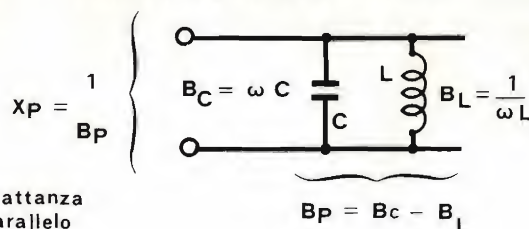
quando  
 $X_L > X_C$



quando  
 $X_L < X_C$

### 2 DISPOSIZIONE PARALLELO

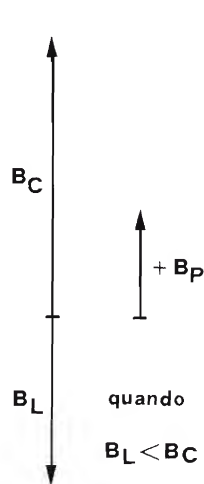
Nella disposizione parallelo la differenza fra le suscettanze capacitiva e induttiva dà una suscettanza simile a quella che prevale (13.64-2)



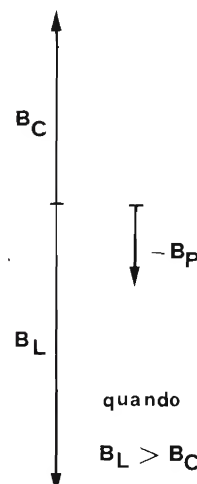
reattanza  
parallelo

$$B_p = B_C - B_L$$

$$\tan \psi = \infty$$



quando  
 $B_L < B_C$



quando  
 $B_L > B_C$

Per fare un confronto diretto dei moduli che rappresentano la reattanza globale serie  $X_s$  e la reattanza equivalente parallelo  $X_p$ , trasformiamo la  $X_p$  in modo che vi compaiano le stesse grandezze che si trovano in  $X_s$ .

Cioè

$$X_s = X_L - X_C$$

reattanza globale serie

$$X_p = \frac{1}{B_p} = \frac{1}{B_C - B_L} = \frac{1}{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}} =$$

$$X_p = \frac{X_C - X_L}{X_L - X_C}$$

reattanza globale parallelo

Caso particolare: Risonanza

Si ottiene quando

$$X_L = X_C$$

In questo caso il circuito risona sia collegato in serie che in parallelo, ma con la seguente differenza:

- con il collegamento in serie presenta reattanza  $X_s = 0$  (suscettanza  $B_s = \infty$ )
- con il collegamento in parallelo presenta reattanza  $X_p = \infty$  (suscettanza  $B_s = 0$ )

Sezione	: 1	Grandezze fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito	
Paragrafo	: 13.7	Caratteristiche a regime alternato. Equivalenze serie e parallelo	
Argomento	: 13.72	Valori equivalenti a frequenza costante	★

### PREMESSE SULL'ARGOMENTO

Incominciamo a tirare le somme per un momento sullo svolgimento degli argomenti precedenti.

Nei paragrafi precedenti abbiamo imparato a calcolare il valore corrispondente all'insieme delle grandezze disposte in serie e di grandezze disposte in parallelo.

Nel paragrafo precedente, ci siamo limitati a fare dei confronti fra il valore risultante di grandezze disposte in serie con il valore delle medesime grandezze disposte in parallelo e abbiamo sottolineato l'enorme differenza fra i valori risultanti.

In questo argomento analizzeremo invece il problema inverso. Avendo grandezze disposte in serie, come si deve modificare il valore se le voglio disporre in parallelo in modo da ottenere il medesimo risultato e, avendo grandezze disposte in parallelo, come si deve modificarne il valore se le voglio disporre in serie senza modificarne il valore complessivo.

Il buon apprendimento di questa tecnica operativa è indispensabile quando si devono calcolare i valori equivalenti di grandezze complessivamente disposte cioè dove siano presenti contemporaneamente grandezze disposte sia in serie che in parallelo.

E' evidente che se ho due grandezze in parallelo, che si trovano in serie ad altre, è indispensabile che quelle siano trasformate in equivalenti serie se le voglio comporre con queste e viceversa.

### DEFINIZIONE DI DISPOSIZIONE EQUIVALENTE

Due disposizioni si dicono equivalenti quando presentano la medesima impedenza, comunque siano disposte le grandezze nel loro interno.

E' evidente per definizione, che se presentano la medesima impedenza, presentano anche la medesima ammettenza essendo

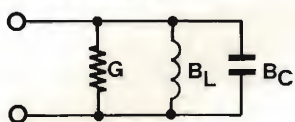
$$\text{l'ammettenza (in siemens)} \quad Y = \frac{1}{Z} \quad \text{l'inverso dell'impedenza (in ohm)}$$

Casi particolari interessanti si hanno quando si deve passare da un circuito serie ad uno equivalente parallelo e viceversa.

E' comodo per fare i calcoli e per fissare i concetti, l'uso del seguente

### DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

#### DISPOSIZIONI PARALLELO



#### Semipiano delle ammettenze

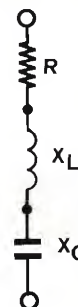
Unità di misura: **siemens (S)**  
(di cui si stabilisce una scala conveniente)

In questo quadrante giacciono i vettori che rappresentano le **ammettenze** le **suscettanze capacitive** e le **conduttanze**

Le **conduttanze** giacciono su questa semiretta o in direzione ad essa parallela per comporre le ammettenze da questa parte

In questo quadrante giacciono i vettori che rappresentano le **ammettenze** le **suscettanze induttive** e le **conduttanze**

#### DISPOSIZIONI SERIE



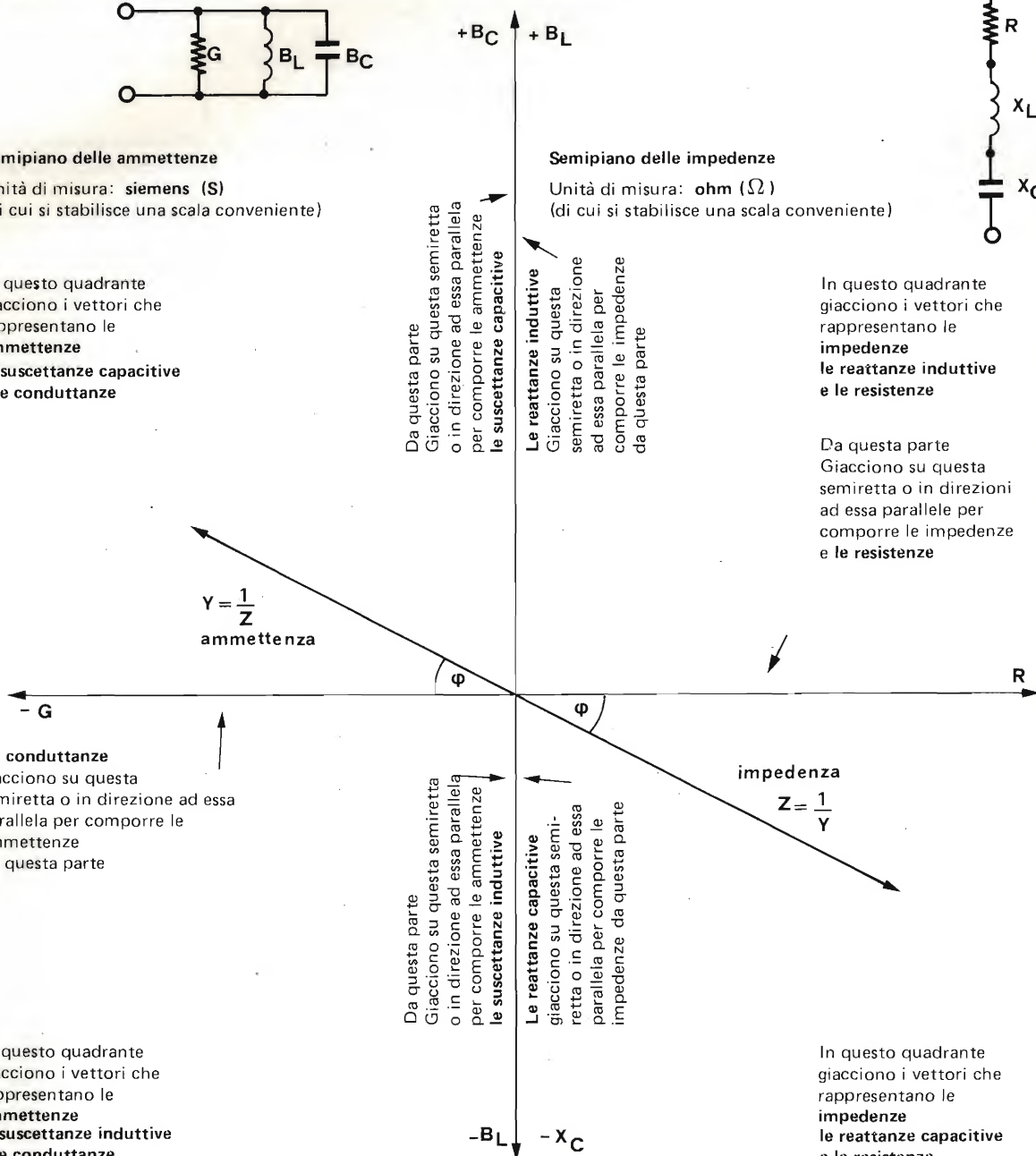
#### Semipiano delle impedenze

Unità di misura: **ohm (Ω)**  
(di cui si stabilisce una scala conveniente)

In questo quadrante giacciono i vettori che rappresentano le **impedenze** le **reattanze induttive** e le **resistenze**

Da questa parte Giacciono su questa semiretta o in direzioni ad essa parallele per comporre le impedenze e le **resistenze**

In questo quadrante giacciono i vettori che rappresentano le **impedenze** le **reattanze capacitive** e le **resistenze**





## GEOMETRIA DIMENSIONALE DELLE GRANDEZZE EQUIVALENTI

### DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

#### DISPOSIZIONE EQUIVALENTE PARALLELO

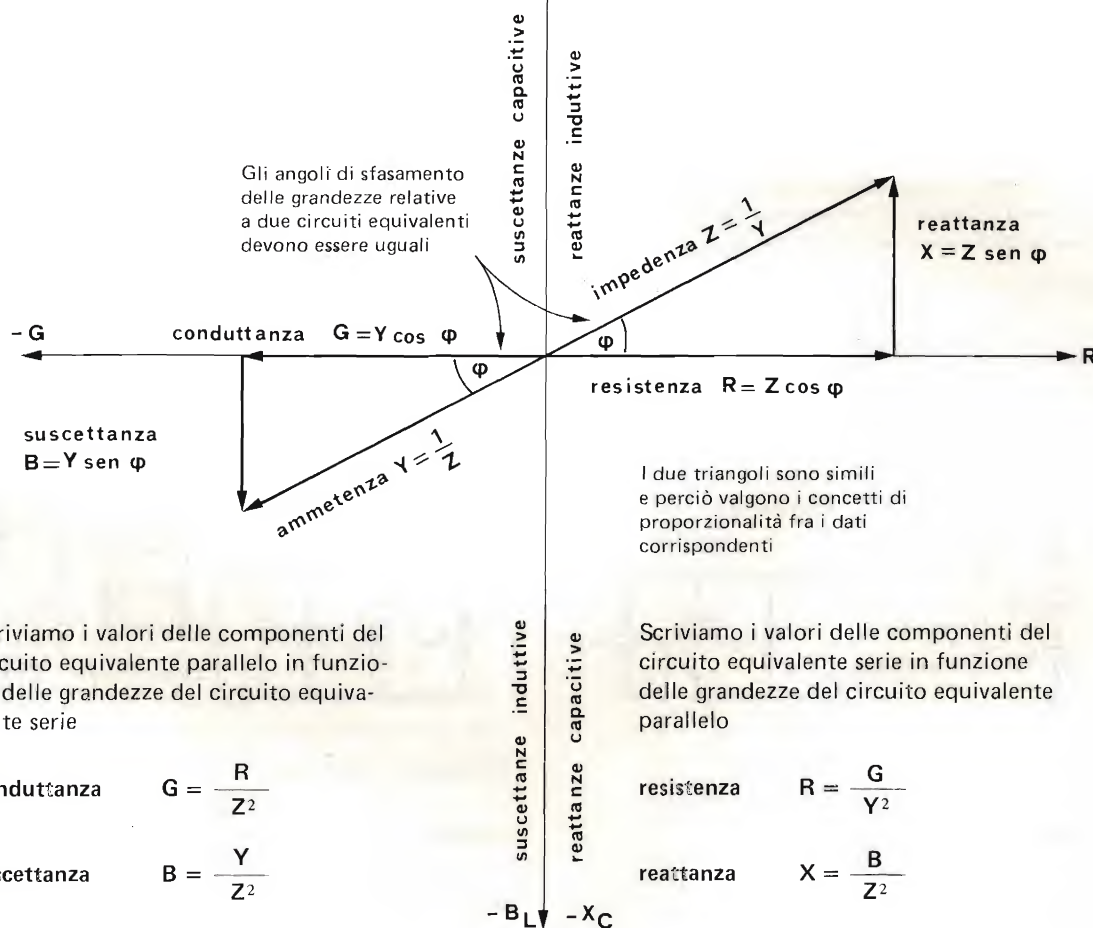
L'ammettenza di un circuito equivalente parallelo è uguale all'inverso dell'impedenza del circuito equivalente serie

$$Y = \frac{1}{Z}$$

#### DISPOSIZIONE EQUIVALENTE SERIE

L'impedenza di un circuito equivalente serie è uguale all'inverso dell'ammettenza del circuito equivalente parallelo

$$Z = \frac{1}{Y}$$



La dimostrazione è legata alle uguaglianze (similitudine dei triangoli)

$$\sin \varphi = \frac{B}{Y} = \frac{X}{Z} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{G}{Y}$$

tenendo presente che deve essere

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{e} \quad Z = \frac{1}{Y}$$

**Osservazione:** Qualsiasi circuito misto può essere trasformato in equivalente serie o equivalente parallelo.

# RESISTENZA, REATTANZA INDUTTIVA, REATTANZA CAPACITIVA, INDUTTANZA E CAPACITÀ

## Disposizione RLC equivalente parallelo

Abbiamo visto che le grandezze del circuito parallelo, espresse mediante quelle del circuito equivalente serie, sono le seguenti:

$$\text{conduttanza} \quad G_p = \frac{R_s}{Z^2} \quad (\text{siemens})$$

$$\text{suscettanza} \quad B_p = \frac{X_s}{Z^2} \quad (\text{siemens})$$

$$\text{ammettenza} \quad Y = \frac{1}{Z} \quad (\text{siemens})$$

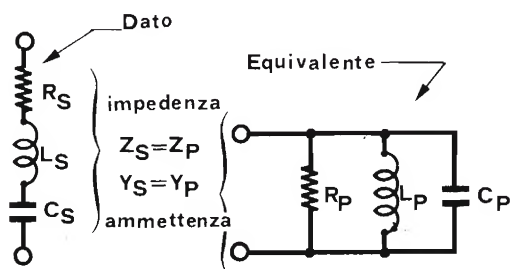
Date le costanti di un circuito serie,

resistenza serie	$R_s$	(ohm)
induttanza serie	$L_s$	(henry)
capacità serie	$C_s$	(farad)

si tratta ora di ricercare il valore delle nuove costanti del circuito equivalente parallelo

Avremo cioè:

resistenza equivalente parallelo	$R_p$	(ohm)
induttanza equivalente parallelo	$L_p$	(henry)
capacità equivalente parallelo	$C_p$	(farad)



Le relazioni finali sono:

$$\text{resist. equiv. parall.} \quad R_p = \frac{Z^2}{R_s}$$

$$\text{indutt. equiv. parall.} \quad L_p = \frac{Z^2}{\omega^2 L_s}$$

$$\text{capac. equiv. parall.} \quad C_p = \frac{1}{\omega^2 Z^2 C_s}$$

La dimostrazione è semplice: si parte dalle relazioni iniziali tenendo presente che:

$$Z = Z_p = Z_s \quad Y = Y_p = Y_s \quad G_p = \frac{1}{R_p} \quad B_p = \frac{1}{X_p}$$

Inoltre ogni reattanza fornisce le due versioni: induttiva e capacitiva

$$X_p = \begin{cases} = \frac{1}{\omega C_p} & (\text{capacitiva parallelo}) \\ = \omega L_p & (\text{induttiva parallelo}) \end{cases}$$

$$X_s = \begin{cases} = \frac{1}{\omega C_s} & (\text{capacitiva serie}) \\ = \omega L_s & (\text{induttiva serie}) \end{cases}$$

**Attenzione:** Le equivalenze valgono per una sola frequenza.

## Disposizione RLC equivalente serie

Abbiamo visto che le grandezze del circuito serie, espresse mediante quelle del circuito equivalente parallelo sono le seguenti:

$$\text{resistenza} \quad R_s = \frac{G_p}{Y^2}$$

$$\text{reattanza} \quad X_s = \frac{B_p}{Y^2}$$

$$\text{impedenza} \quad Z = \frac{1}{Y}$$

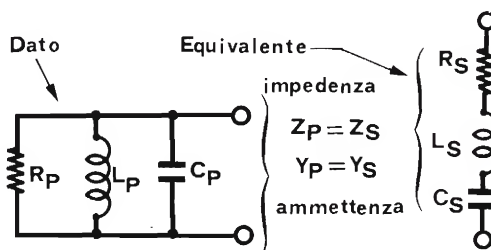
Date le costanti di un circuito parallelo,

resistenza parallelo	$R_p$	(siemens)
induttanza parallelo	$L_p$	(henry)
capacità parallelo	$C_p$	(farad)

si tratta ora di ricercare il valore delle nuove costanti del circuito equivalente serie.

Avremo cioè:

resistenza equivalente serie	$R_s$	(ohm)
induttanza equivalente serie	$L_s$	(henry)
capacità equivalente serie	$C_s$	(farad)



Le relazioni finali sono:

$$\text{resistenza equiv. serie} \quad R_s = \frac{Z^2}{R_p}$$

$$\text{induttanza equiv. serie} \quad L_s = \frac{Z^2}{\omega^2 L_p}$$

$$\text{capacità equiv. serie} \quad C_s = \frac{1}{\omega^2 Z^2 C_p}$$

Sezione	: 1	Grandezze fondamentali
Capitolo	: 13	Parametri del circuito
Paragrafo	: 13.7	Grandezze a regime alternato: Equivalenze serie e parallelo
Argomento	: 13.72	Valori equivalenti a frequenza costante ★

### RESISTENZE EQUIVALENTI

E' un caso particolare di quanto trattato nella pagina precedente, quando vengono a mancare l'induttanza e la capacità.

#### Resistenze equivalenti parallelo

Potrebbe sembrare inutile dover sostituire alcune resistenze in serie con un ugual numero di resistenze equivalenti in parallelo.

Infatti, con una sola resistenza di valore pari alla somma dei valori delle singole, si potrebbe raggiungere lo stesso scopo.

Può succedere invece che:

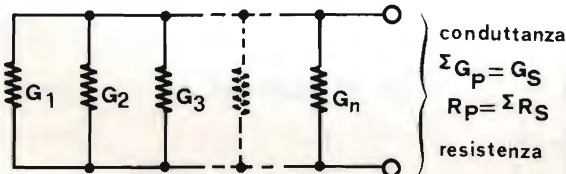
- ogni resistenza in serie può variare per effetto di altri parametri e può essere interessante studiare l'effetto di ciascuna in un circuito equivalente parallelo.
- possa interessare lo studio di un circuito parallelo dove le correnti corrispondenti risultino proporzionali a rispettive tensioni in un circuito serie.

Anche in questo caso è indispensabile che i due circuiti siano equivalenti.

Per la determinazione dei valori equivalenti, valgono ancora le relazioni esposte in 13.93-2 che qui vengono modificate per tener conto che:

In un circuito composto da sole resistenze in parallelo, l'ammettanza è uguale alla somma delle conduttanze  $\Sigma G$ , cioè

$$Y = \Sigma G_p$$



Perciò, per ogni resistenza equivalente serie  $R_{sn}$ , corrisponde una conduttanza equivalente parallelo

$$G_{pn} = \frac{R_{sn}}{(\Sigma R_s)^2}$$

oppure una  
resistenza equivalente parallelo

$$R_{pn} = \frac{(\Sigma R_s)^2}{R_{sn}}$$

#### Resistenze equivalenti serie

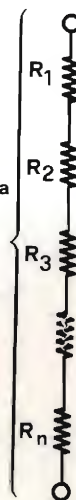
Potrebbe sembrare inutile dover sostituire alcune resistenze in parallelo con un ugual numero di resistenze equivalenti in serie.

Infatti, con una sola resistenza la cui conduttanza sia di valore pari alla somma delle singole conduttanze, si potrebbe raggiungere lo stesso scopo.

Può succedere invece che:

- ogni resistenza in parallelo può variare per effetto di altri parametri e può essere interessante studiare l'effetto di ciascuna in un circuito equivalente serie.
- possa interessare lo studio di un circuito serie dove le tensioni corrispondenti risultino proporzionali a rispettive correnti in un circuito parallelo.

Anche in questo caso è indispensabile che i due circuiti siano equivalenti.



in un circuito composto da sole resistenze in serie, l'impedenza è uguale alla somma delle resistenze  $\Sigma R$ , cioè

$$Z = \Sigma R_s$$

Perciò, per ogni parallelo equivalente parallelo  $G_{pn}$  corrisponde una resistenza equivalente serie

$$R_{sn} = \frac{G_{pn}}{(\Sigma G_p)^2}$$

oppure una  
conduttanza equivalente serie

$$G_{sn} = \frac{(\Sigma G_p)^2}{G_{pn}}$$

**N.B.** L'angolo di sfasamento è nullo  $\varphi = 0$  (tensioni e correnti sono in fase).

**Attenzione:** Per le sole resistenze e conduttanze, cioè quando non si trovano reattanze nel circuito in esame, l'equivalenza è indipendente dalla frequenza.



### RESISTENZA E INDUTTANZA EQUIVALENTI

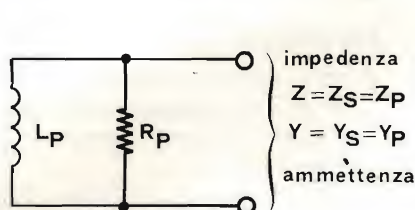
E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando prevale la reattanza o la suscettanza induttive, oppure quando manca la capacità.

#### Circuito RL equivalente parallelo

Un circuito **RL** equivalente parallelo deve avere la stessa ammettenza **Y**

(o la stessa impedenza  $Z = \frac{1}{Y}$ )

di un circuito **RL** serie o a disposizione mista



Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza serie	$R_s$	(ohm)
induttanza serie	$L_s$	(henry)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
reattanza indutt. serie	$X_{Ls} = \omega L_s$	(ohm)
resistenza serie	$R_s$	(ohm)
impedenza	$Z = \sqrt{Z_{Ls}^2 + R_s^2}$	(ohm)
angolo di sfasamento	$\varphi = \arctg \frac{X_{Ls}}{R_s}$	

#### Circuito RL equivalente serie

Un circuito **RL** equivalente serie deve avere la stessa impedenza **Z**

(o la stessa ammettenza  $Y = \frac{1}{Z}$ )

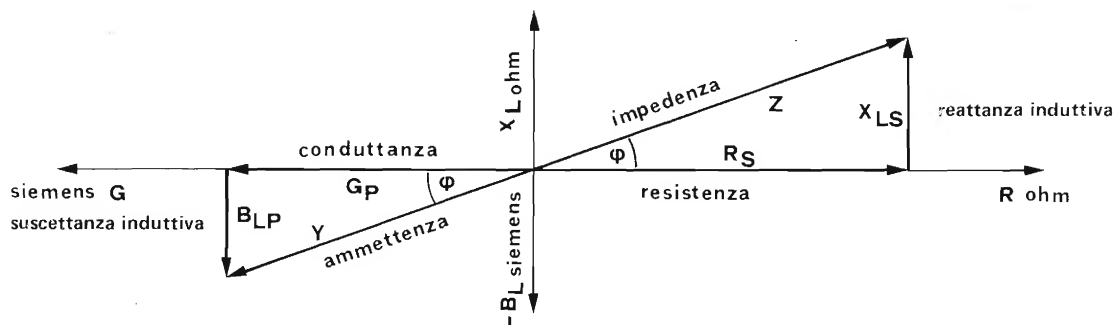
di un circuito **RL** parallelo o a disposizione mista.



Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza parallelo	$R_p$	(ohm)
induttanza parallelo	$L_p$	(henry)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
suscettanza indutt. parall.	$B_{Lp} = \frac{1}{\omega L_p}$	(siemens)
conduttanza parall.	$G_p = \frac{1}{R_p}$	(siemens)
ammettenza	$Y = \sqrt{B_{Lp}^2 + G_p^2}$	(siemens)
angolo di sfasamento	$\varphi = \arctg \frac{B_{Lp}}{G_p}$	



#### Grandezze risultanti

ammettenza parallelo	$Y = \frac{1}{Z}$
conduttanza parallelo	$G_p = \frac{R_s}{Z^2}$
suscettanza indutt. parall.	$B_{Lp} = \frac{X_{Ls}}{Z^2}$

#### Costanti risultanti

resistenza parallelo	$R_p = \frac{Z^2}{R_s}$
induttanza parallelo	$L_p = \frac{Z^2}{\omega^2 L_s}$

#### Grandezze risultanti

impedenza serie	$Z = \frac{1}{Y}$
resistenza serie	$R_s = \frac{G_p}{Y^2}$
reattanza induttiva serie	$X_{Ls} = \frac{B_{Lp}}{Y^2}$

#### Costanti risultanti

resistenza serie	$R_s = \frac{Z^2}{R_p}$
induttanza serie	$L_s = \frac{Z^2}{\omega^2 L_p}$

### RESISTENZA E CAPACITA' EQUIVALENTI

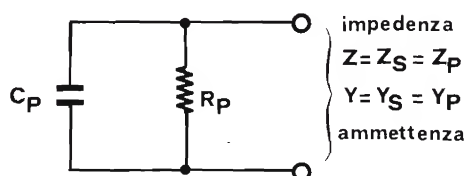
E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando prevale la reattanza o suscettanza capacitive, oppure quando manca l'induttanza.

#### Circuito RC equivalente parallelo

Un circuito RC equivalente deve avere la stessa ammettenza  $Y$

(o la stessa impedenza  $Z = \frac{1}{Y}$ )

di un circuito RC serie o a disposizione mista.

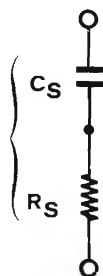


#### Circuito RC equivalente serie

Un circuito RC equivalente serie deve avere la stessa impedenza  $Z$

(o la stessa ammettenza  $Y = \frac{1}{Z}$ )

di un circuito parallelo RC o a disposizione mista.



Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

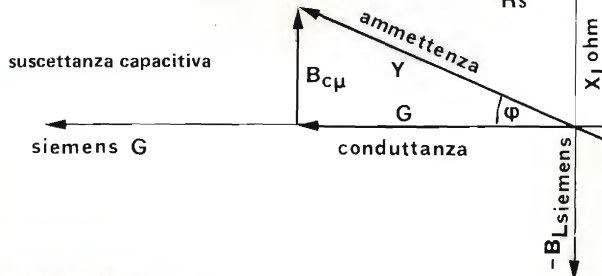
frequenza	$f$	(cicli/sec o hertz)
resistenza serie	$R_s$	(ohm)
capacità serie	$C_s$	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)

reattanza capac. serie  $X_{cs} = \frac{1}{\omega C_s}$  (ohm)

resistenza serie  $R_s$  (ohm)

impedenza  $Z = \sqrt{X_{cs}^2 + R_s^2}$  (ohm)

angolo di sfasamento  $\varphi = \arctg \frac{X_{cs}}{R_s}$



#### Grandezze risultanti

ammettenza parallelo  $Y = \frac{1}{Z}$   
 conduttanza parallelo  $G_p = \frac{R_s}{Z^2}$   
 suscettanza capac. parall.  $B_{cp} = \frac{X_{cs}}{Z^2}$

#### Parametri risultanti

resistenza parallelo  $R_p = \frac{Z^2}{R_s}$   
 capacità parallelo  $C_p = \frac{1}{\omega^2 Z^2 C_s}$

Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

frequenza	$f$	(cicli/sec o hertz)
resistenza parallelo	$R_p$	(ohm)
capacità parallelo	$C_p$	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)

suscettanza capac. par.  $B_{cp} = \omega C_p$  (siemens)

conduttanza parallelo  $G_p = \frac{1}{R_p}$  (siemens)

ammettenza  $Y = \sqrt{B_{cp}^2 + G_p^2}$  (siemens)

angolo di sfasamento  $\varphi = \arctg \frac{B_{cp}}{G_p}$

#### Grandezze risultanti

impedenza serie  $Z = \frac{1}{Y}$   
 resistenza serie  $R_s = \frac{G_p}{Y^2}$   
 reattanza capacitiva serie  $X_{cs} = \frac{B_{cp}}{Y^2}$

#### Parametri risultanti

resistenza serie  $R_s = \frac{Z^2}{R_p}$   
 capacità serie  $C_s = \frac{1}{\omega^2 Z^2 C_p}$

### INDUTTANZA E CAPACITA' EQUIVALENTI

E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando viene a mancare la resistenza.

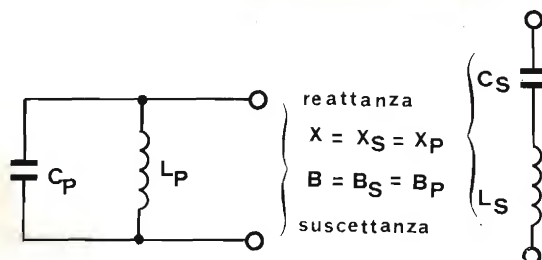
In ogni caso, l'angolo di sfasamento fra tensioni e correnti è sempre retto. Cioè  $\varphi = (\frac{\pi}{2})$  in anticipo o in ritardo a seconda del prevalere dell'una o dell'altra reattanza.

#### Circuito LC equivalente parallelo

Un circuito **LC** equivalente parallelo deve avere la stessa suscettanza **B**

(o la stessa reattanza  $X = \frac{1}{B}$ )

di un circuito **LC** serie o a disposizione mista.



#### Circuito LC equivalente serie

Un circuito **LC** equivalente serie deve avere la stessa reattanza **X**

(o la stessa suscettanza  $B = \frac{1}{X}$ )

di un circuito **LC** parallelo o a disposizione mista.

Questo discorso è possibile per il fatto che, in questo circuito, la impedenza si identifica con la reattanza.

Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
induttanza serie	Ls	(henry)
capacità serie	Cs	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
reattanza indutt. serie	$X_{Ls} = \omega L$	(ohm)
reattanza capac. serie	$X_{Cs} = \frac{1}{\omega C}$	(ohm)
reattanza totale serie	$Xs = X_{Ls} - X_{Cs}$	(ohm)
angolo di sfasamento	$\varphi = 90^\circ$	$(-\frac{\pi}{2})$

#### Grandezze risultanti

$$\begin{aligned} \text{suscettanza parallelo } B_p &= \frac{1}{X_s} \\ \text{suscettanza induttiva parall. } B_{Lp} &= \frac{X_{Ls}}{X_{p^2}} \\ \text{suscettanza capacitiva par. } B_{Cp} &= \frac{X_{Cs}}{X_{s^2}} \end{aligned}$$

#### Parametri risultanti

$$\begin{aligned} \text{induttanza parallelo } L_p &= \frac{X_{s^2}}{\omega^2 L_s} \\ \text{capacità parallelo } C_p &= \frac{1}{\omega^2 X_{s^2} C_s} \end{aligned}$$

#### Caso particolare: Risonanza (13.84-1)

Un circuito **LC** parallelo in risonanza, presenta suscettanza **B = 0** (reattanza **X = ∞**).

E' impossibile che possa risuonare presentando suscettanza **B = ∞**!

- vedi anche 13.92-2

Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

#### Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
induttanza parallelo	Lp	(henry)
capacità parallelo	Cp	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
suscettanza ind. parall.	$B_{Lp} = \frac{1}{\omega L_p}$	(siemens)
suscettanza cap. parall.	$B_{Cp} = \omega C_p$	(siemens)
suscettanza tot. parall.	$B_p = B_{Lp} - B_{Cp}$	(siemens)
angolo di sfasamento	$\varphi = 90^\circ$	$(-\frac{\pi}{2})$

#### Grandezze risultanti

$$\begin{aligned} \text{reattanza serie } X_s &= \frac{1}{B_p} \\ \text{reattanza induttiva serie } X_{Ls} &= \frac{B_{Lp}}{Y_{p^2}} \\ \text{reattanza capacit. serie } X_{Cs} &= \frac{B_{Cp}}{Y_{p^2}} \end{aligned}$$

#### Parametri risultanti

$$\begin{aligned} \text{induttanza serie } L_s &= \frac{X_{s^2}}{\omega^2 L_p} \\ \text{capacità serie } C_s &= \frac{1}{\omega^2 X_{s^2} C_p} \end{aligned}$$

#### Caso particolare: Risonanza (13.74-1)

Un circuito **LC** serie in risonanza presenta reattanza **X = 0** (suscettanza **B = ∞**).

E' impossibile che possa risuonare presentando reattanza **X = ∞**!

- vedi anche 13.92-2.



Sezione	: 1	Grandezze fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito	
Paragrafo	: 13.7	Grandezze a regime alternato	★
Argomento	: 13.73	Valori equivalenti a frequenza variabile	★

### PREMESSE SULL'ARGOMENTO

Rivediamo ancora per un momento l'argomento appena svolto riassumendo la situazione.

Abbiamo analizzato come dobbiamo modificare il valore di grandezze in serie se le voglio disporre in parallelo senza modificare il valore complessivo e allo stesso modo come dobbiamo modificare il valore di grandezze in parallelo se le voglio disporre in serie.

Abbiamo già sottolineato più volte che ciò è possibile farlo solo se resta costante la frequenza dell'energia elettrica alternata cui le grandezze in questione sono sottoposte.

Al variare della frequenza tutto quanto abbiamo appena detto non è possibile, perchè a causa della presenza delle reattanze che con essa variano continuerebbero a variare i risultati finali.

E' quanto studieremo sotto l'argomento che sta per iniziare.

E' interessante constatare come variano i valori equivalenti quando si mette a variare una grandezza reattiva in una certa disposizione a causa della variazione della frequenza cui il compenso è sottoposto.

E' un esercizio di elasticità mentale che metterà in guardia il lettore da sorprese nello studio dell'elettronica.

Completa l'argomento uno studio su una disposizione mista di grandezze prima a frequenza costante e infine a frequenza variabile.

Questo studio è stato raccolto in un paragrafo separato (13.8).

### SIMBOLOGIA

Cominciamo ad abituarci all'algoritmo algebrico (cioè al modo di rappresentare brevemente i concetti usando i modi dell'algebra) per rappresentare le disposizioni delle grandezze circuitali e degli elementi del circuito che le caratterizzano.

L'algoritmo della moltiplicazione, cioè l'accostamento dei simboli fra loro, significherà per noi: disposizione in serie delle grandezze e dei relativi elementi.

L'algoritmo della addizione, cioè l'interposizione del segno più (+) fra i simboli accostati, significherà per noi: disposizione in parallelo delle grandezze o dei relativi elementi.

#### Esempi:

**RLC** significa che le tre grandezze sono disposte in serie

**R + L + C** significa che le tre grandezze sono disposte in parallelo

**R (L + C)** significa che **R** è in serie a **L + C** le quali due sono in parallelo fra loro

**R + LC** significa che **R** è in parallelo a **LC** le quali due sono in serie fra loro

Tutta una casistica è contemplata negli argomenti che seguono.

**Nota:** L'abitudine a questi algoritmi faciliterà molto più avanti l'apprendimento dell'Algebra di Boole per i circuiti logici, ma

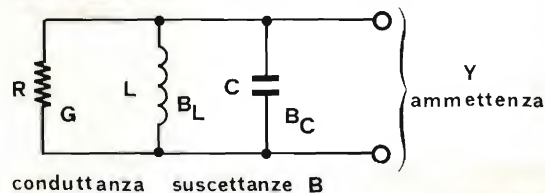
**Attenzione:** perchè in questo nostro sistema non si può operare come nell'algebra applicando le proprietà distributiva, associativa, ecc.

### R + L + C (PARALLELO): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI SERIE

Esaminiamo il comportamento di una disposizione equivalente serie al variare della frequenza nella disposizione originaria parallelo.

Per i concetti fondamentali, vedansi gli argomenti e i paragrafi precedenti.

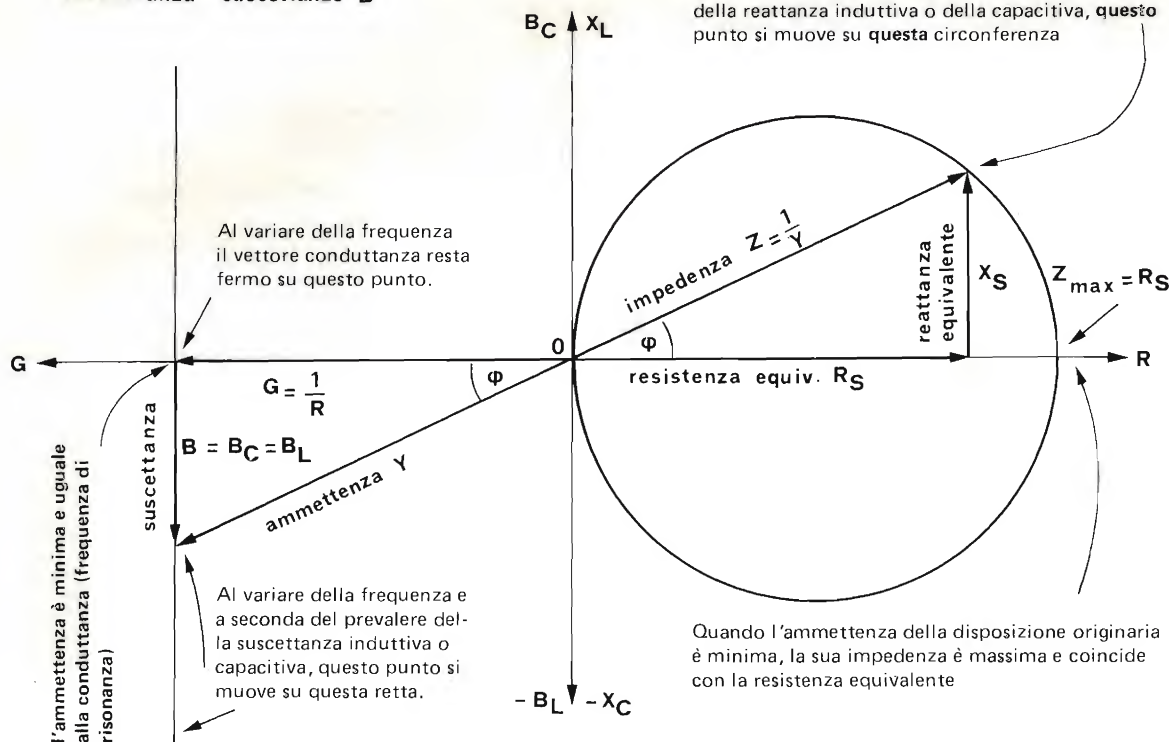
#### DISPOSIZIONE ORIGINARIA PARALLELO



conduttanza      suscettanze B

#### DIAGRAMMA DELLE EQUIVALENZE

Al variare della frequenza a seconda del prevalere della reattanza induttiva o della capacitiva, questo punto si muove su questa circonferenza



#### DISPOSIZIONE EQUIVALENTE SERIE

##### Importanti conclusioni

I valori delle costanti della disposizione originaria parallelo.

resistenza  $R$ , induttanza  $L$ , capacità  $C$  restano fermi al variare della frequenza.

Dipendono invece dalla frequenza: i valori dei parametri della disposizione equivalente serie

Resistenza  $R_s = \frac{G \cdot X_s}{B}$

Induttanza  $L_s = \frac{R_s \cdot B}{\omega G}$

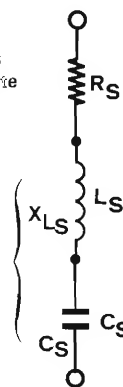
Capacità  $C_s = \frac{G}{\omega R_s B}$

Impedenza

$$Z = \frac{1}{Y}$$

resistenza  
equivalente  
serie  $R_s$

reattanze  
equivalenti  
serie  $X_s$



Osservare bene come anche il valore della resistenza equivalente serie dipende dalla frequenza a causa della presenza nella formula della suscettanza  $B$ .

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.7 Grandezze. Equivalenze serie e parallelo  
Argomento : 13.73 Valori equivalenti a frequenza variabile

Codice Pagina  
13.73 3

### RLC (SERIE): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI PARALLELO

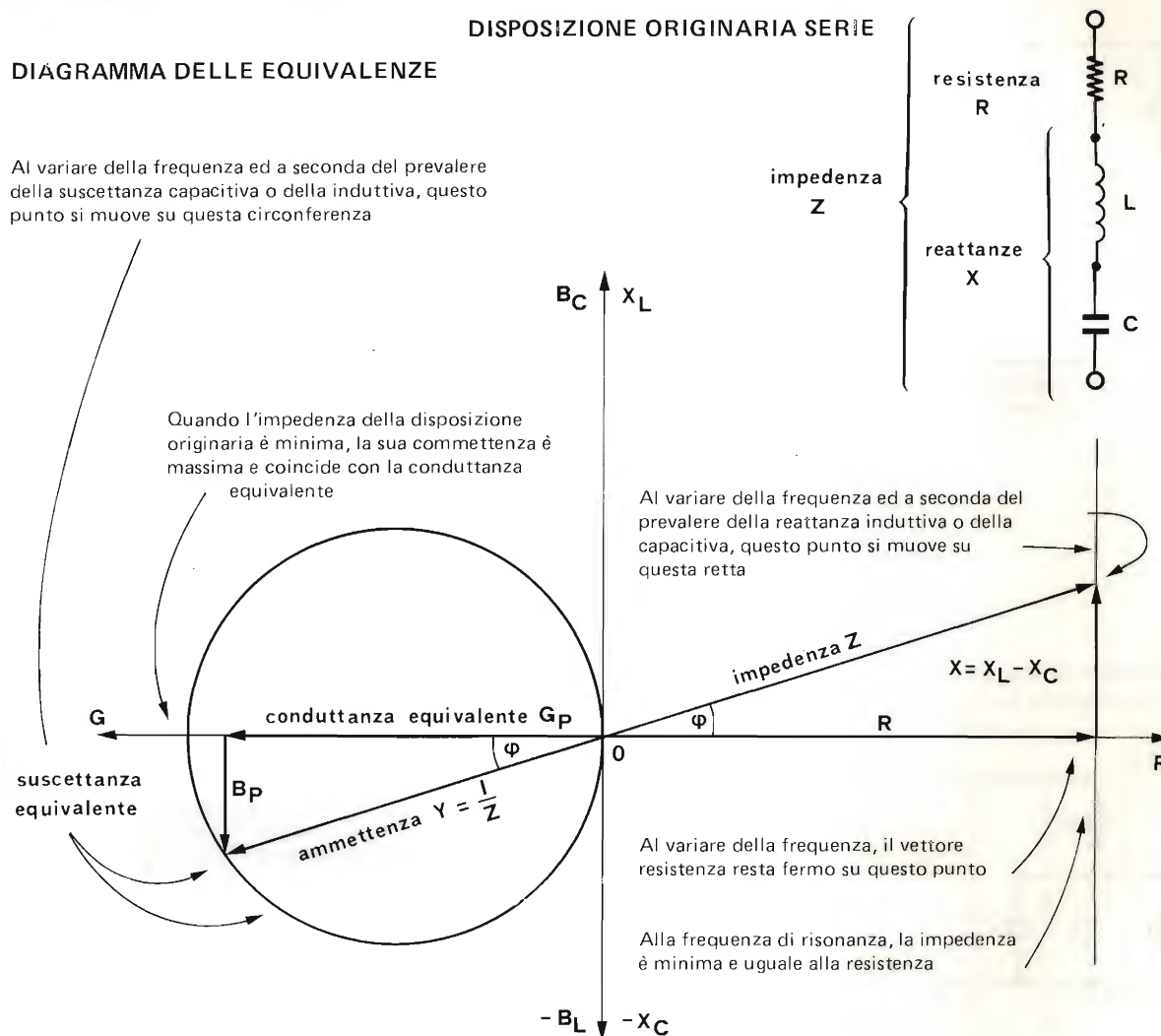
Esaminiamo il comportamento di una disposizione equivalente parallelo al variare della frequenza nella disposizione originaria serie.

Per i concetti fondamentali, vedansi gli argomenti precedenti in questo paragrafo.

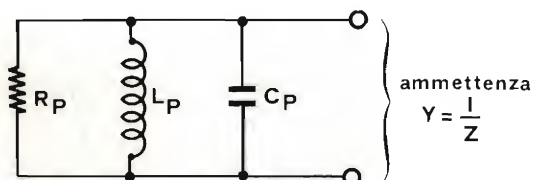
#### DISPOSIZIONE ORIGINARIA SERIE

#### DIAGRAMMA DELLE EQUIVALENZE

Al variare della frequenza ed a seconda del prevalere della suscettanza capacitiva o della induttiva, questo punto si muove su questa circonferenza



#### DISPOSIZIONE EQUIVALENTE PARALLELO



Osservare bene come anche il valore della resistenza equivalente parallelo dipende dalla frequenza a causa della presenza nella formula della suscettanza  $B_P$ .

#### Importanti conclusioni

I valori delle costanti della disposizione originaria serie:

resistenza  $R$ , induttanza  $L$ , capacità  $C$  restano fermi al variare della frequenza. Dipendono invece dalla frequenza i valori delle costanti della disposizione equivalente parallelo.

resistenza  $R_P = \frac{X}{R_s B_P}$

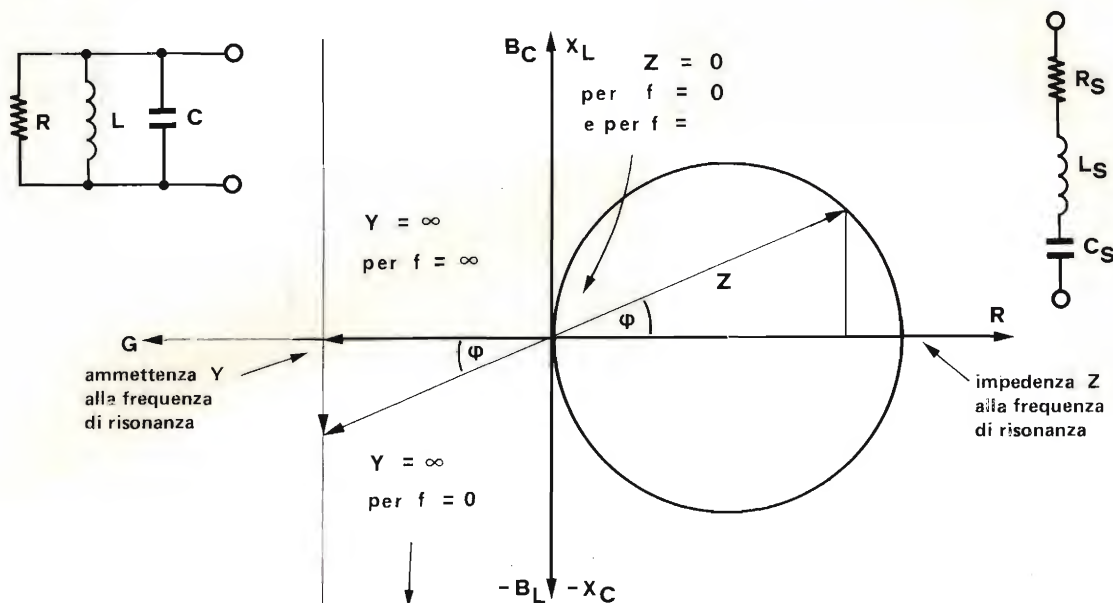
induttanza  $L_P = \frac{R}{\omega G_P X}$

capacità  $C_P = \frac{G_P X}{\omega R}$

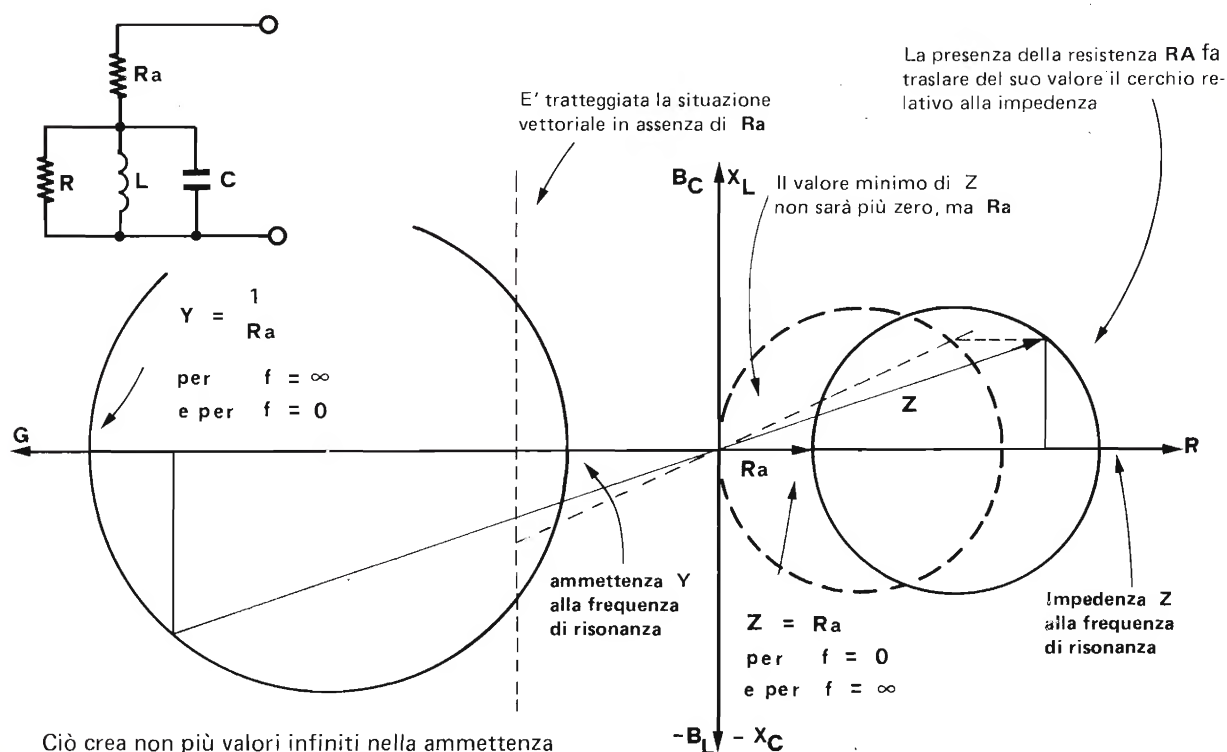


### R (R + L + C): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI

Abbiamo visto come, facendo variare la frequenza in un circuito RLC parallelo, la punta del vettore impedenza descriva un cerchio tangente all'asse verticale (vedi diagramma) e analogamente il vettore ammettenza in un circuito serie.



A fronte di quanto abbiamo visto in questo paragrafo, possiamo fare una interessante considerazione nel caso di un circuito come quello in figura dove si è aggiunto al parallelo una resistenza in serie  $R_a$ .



Ciò crea non più valori infiniti nella ammettenza per frequenza  $f = 0$  e  $f = \infty$

Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito	
Paragrafo	: 13.8	Grandezze a regime alternato	★
Argomento	: 13.80	Indice del paragrafo	★

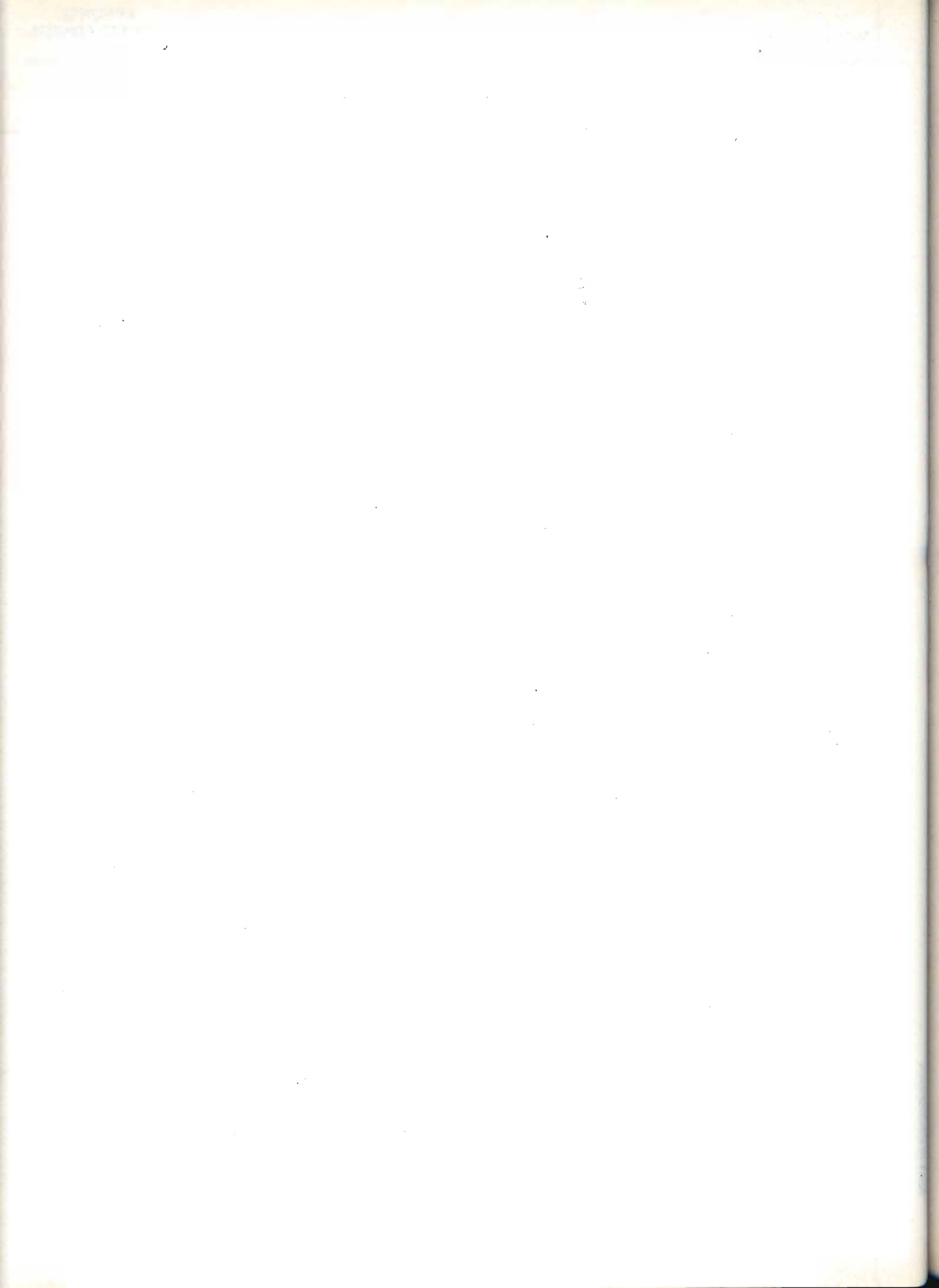
## Paragrafo 13.8

# GRANDEZZE A REGIME ALTERNATO DISPOSIZIONI MISTE

### Indice degli argomenti e delle pagine

- arg. 13.81 — **Studio completo della disposizione C (R + L)**
- pag. 1 — Impostazione vettoriale del calcolo
  - pag. 2 — Significati del diagramma vettoriale
  - pag. 3 — Diagramma vettoriale tensioni e correnti
  - pag. 4 — Condizioni di risonanza
  - pag. 5 — Comportamento a frequenza variabile di parametri prefissati
  - pag. 6 — Osservazioni
- arg. 13.82 — **Studio completo della disposizione L (R + C)**
- pag. 1 — Impostazione vettoriale del calcolo
  - pag. 2 — Significati del diagramma vettoriale
  - pag. 3 — Diagramma vettoriale tensioni e correnti
  - pag. 4 — Condizioni di risonanza
  - pag. 5 — Comportamento a frequenza variabile di parametri prefissati
  - pag. 6 — Osservazioni
- arg. 13.83 — **Studio completo della disposizione C + RL**
- pag. 1 — Impostazione vettoriale del calcolo
  - pag. 2 — Significati del diagramma vettoriale
  - pag. 3 — Diagramma vettoriale tensioni e correnti
  - pag. 4 — Condizioni di risonanza
  - pag. 5 — Comportamento a frequenza variabile di parametri prefissati
  - pag. 6 — Osservazioni
- arg. 13.84 — **Studio completo della disposizione L + RC**
- pag. 1 — Impostazione vettoriale del calcolo
  - pag. 2 — Significati del diagramma vettoriale
  - pag. 3 — Diagramma vettoriale tensioni e correnti
  - pag. 4 — Condizioni di risonanza
  - pag. 5 — Comportamento a frequenza variabile di parametri prefissati
  - pag. 6 — Osservazioni

compilazione a cura del lettore per esercizio





### IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

E' un esempio interessante di applicazione dei concetti elementari fin qui esposti.

#### DATI E SCHEMA

##### - Ipotesi

Sia dato questo schema di cui si conosca

la resistenza  $R$  in ohm ( $\Omega$ )

l'induttanza  $L$  in henry (H)

la capacità  $C$  in farad (F)

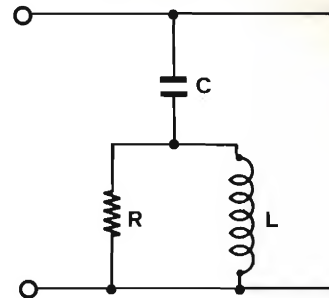
la frequenza  $f$  in hertz (Hz)

##### - Tesi

Determinare l'impedenza del circuito in ohm ( $\Omega$ )

e angolo di fase ( $^\circ$  o rad).

**Procedimento:** stabilite le scale delle ammettenze (S) e delle impedenze ( $\Omega$ ) e determinata la pulsazione  $\omega = 2\pi f$  in rad/sec., si traccia il



### DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

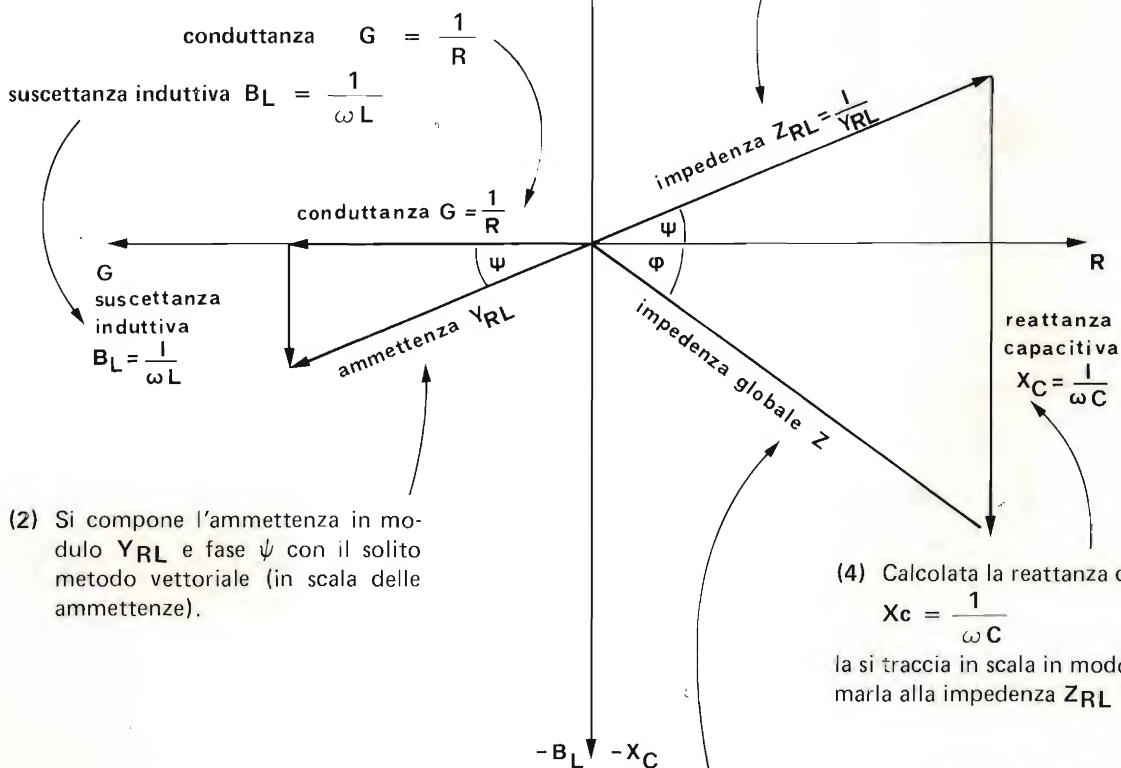
disposizione parallelo (ammettenze)

- (1) Bisogna prima trovare l'impedenza  $Z_{RL}$  della parte di disposizione composto dalle grandezze  $R$  e  $L$ .

Poichè esse sono in parallelo, bisogna prima conoscerne la ammettenza che si compone

(impedenze) disposizione serie

- (3) Si prolunga il vettore ammettenza da questa parte (in modo da avere lo stesso angolo  $\psi$ ) e vi si determina l'impedenza



- (2) Si compone l'ammettenza in modulo  $Y_{RL}$  e fase  $\psi$  con il solito metodo vettoriale (in scala delle ammettenze).

- (4) Calcolata la reattanza capacitiva  $X_C = \frac{1}{\omega C}$

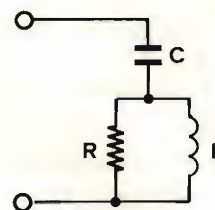
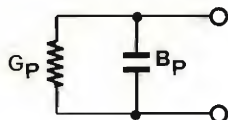
la si traccia in scala in modo da sommarla alla impedenza  $Z_{RL}$

- (5) Questa è la risultante impedenza globale della disposizione in modulo  $Z$  e fase  $\phi$

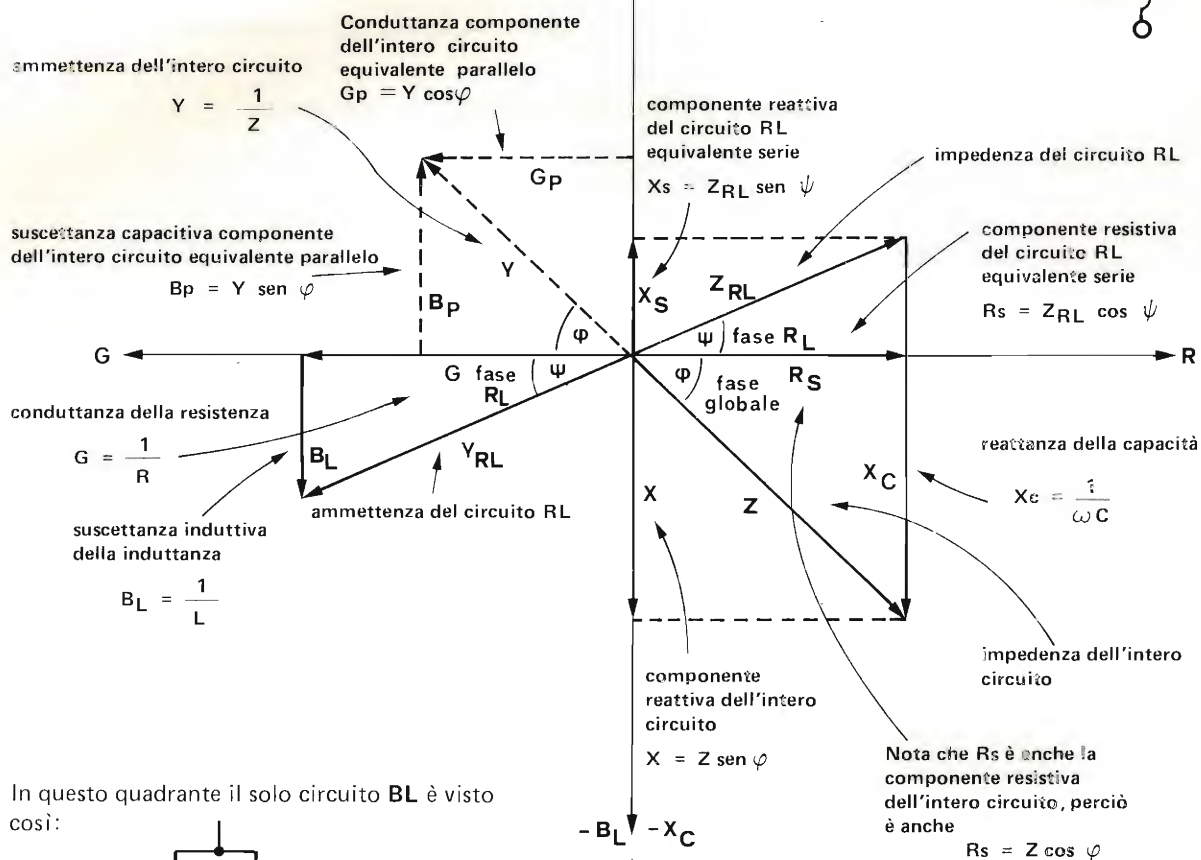
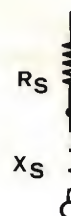
### SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

Schema del circuito cui il presente diagramma si riferisce

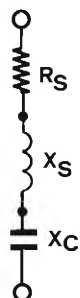
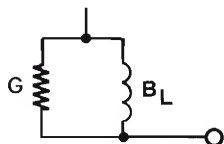
In questo quadrante l'intero circuito è visto così:



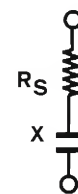
In questo quadrante il solo circuito RL è visto così



In questo quadrante il solo circuito BL è visto così:



In questo quadrante l'intero circuito è visto così



In tutto questo semipiano l'intero circuito è visto così:

$$X = X_s - X_c$$

Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito.	
Paragrafo	: 13.8	Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste	★
Argomento	: 13.81	Studio completo della disposizione C (R + L)	★

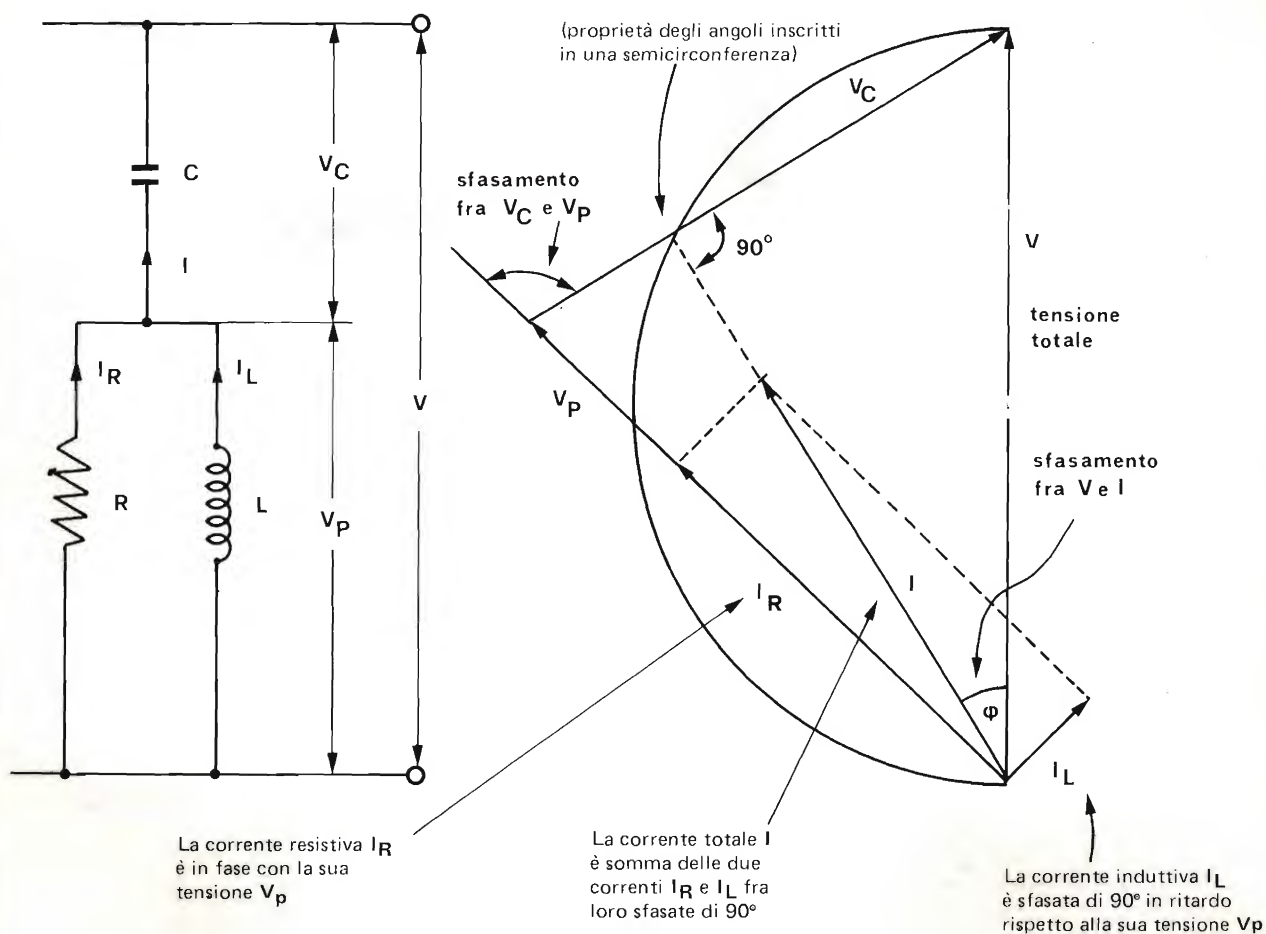
### DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI-CORRENTI

La distribuzione delle tensioni e delle correnti per il circuito di cui è dimostrato lo schema e per una data frequenza  $f$  è quello che risulta nel diagramma vettoriale a fianco.

Vediamo come esse si devono articolare per rispettare tutte le leggi che conosciamo.

La corrente totale  $I$ , che è anche la corrente che attraversa la capacità  $C$ , deve trovarsi sfasata di  $90^\circ$  in anticipo rispetto a  $V_C$ .

Ecco perchè l'intersezione fra  $V_C$  e  $I$  si trova sulla semicirconferenza.



Altre annotazioni importanti sono state omesse per non creare confusioni

Esse sono comunque evidenti nella geometria del diagramma

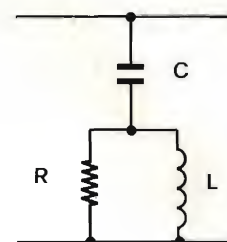


### CONDIZIONI DI RISONANZA

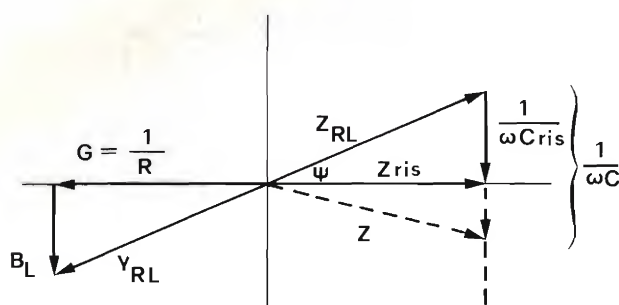
Abbiamo già accennato che nei circuiti equivalenti anche il valore della resistenza (o della conduttanza) equivalente dipende dal valore della frequenza.

Questo ci autorizza a pensare che nel circuito in oggetto si può intervenire modificando il valore in oggetto per mandare il sistema in risonanza.

Infatti:

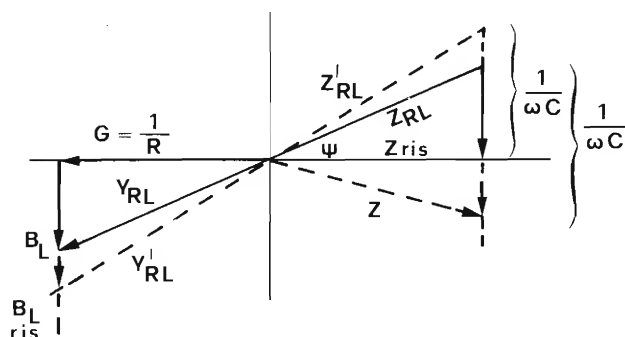


La risonanza può essere creata in tre modi:



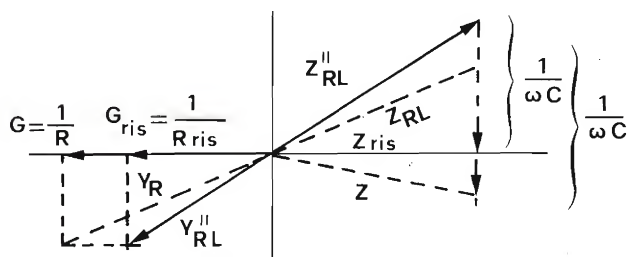
Modificando la capacità affinché la reattanza capacitiva

$$\frac{1}{\omega C_{ris}} = Z_{RL} \sin \psi$$



Modificando l'induttanza affinché la suscettanza induttiva faccia diventare

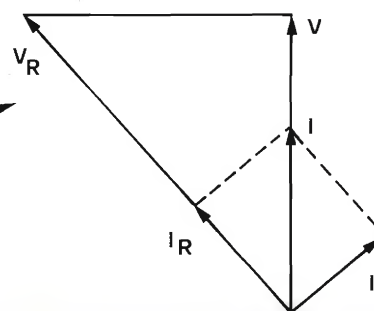
$$Z_{ris} = \frac{1}{\omega C \sin \psi_{ris}}$$



Modificando la resistenza (e perciò la sua conduttanza) in modo che diventi

$$Z_{ris} = \frac{1}{\omega C \sin \psi_{ris}}$$

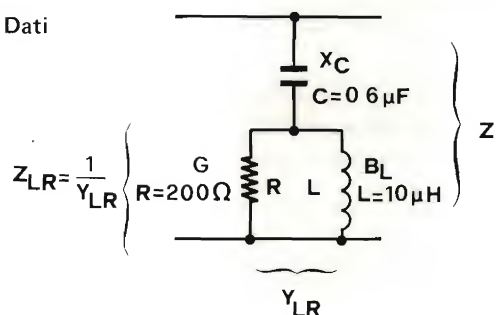
Il diagramma delle correnti diventa così



Osservare come V e I sono in fase

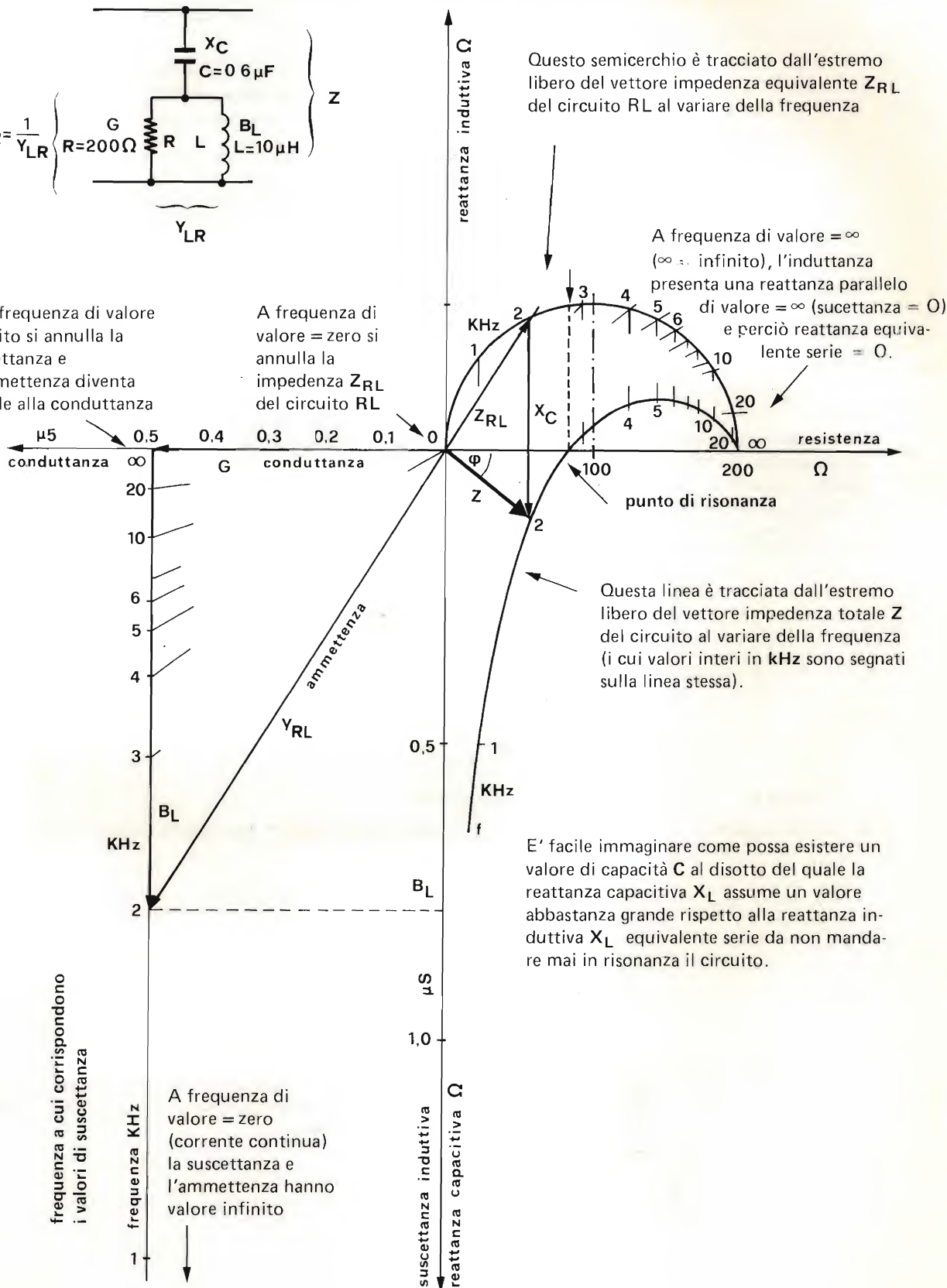
COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI

Dati



Alla frequenza di valore infinito si annulla la suscettanza e l'ammettenza diventa uguale alla conduttanza

A frequenza di valore = zero si annulla la impedenza  $Z_{RL}$  del circuito RL



Sezione : 1 Grandezze Fondamentali

Capitolo : 13 Parametri del circuito

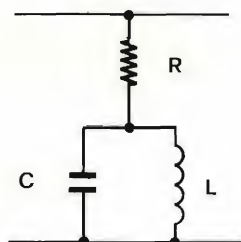
Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

Argomento : 13.81 Studio completo delle disposizioni C (R + L)

★

★

### OSSERVAZIONI

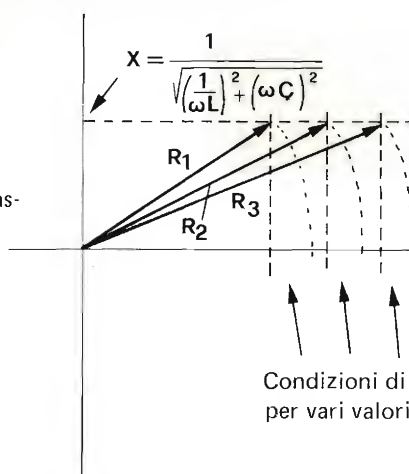


Una disposizione a questo modo non crea alcun problema particolare in quanto la modifica del valore della resistenza non modifica il valore della reattanza equivalente induttiva o capacitiva.

Lo studio si riconduce a quello illustrato in 13.73-4.

Esaminiamo qui vettorialmente il problema.

Mancando la resistenza nel circuito parallelo, la retta su cui si sposta il punto che rappresenta la suscettanza globale al variare della frequenza coincide con l'asse delle ordinate

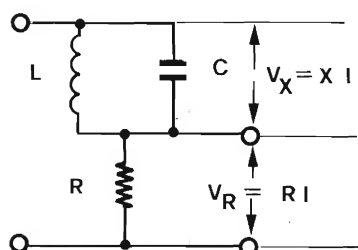


Per lo stesso motivo il cerchio della impedenza equivalente di allarga infinitamente fin da coincidere pure con l'asse delle ordinate su cui si sposta il punto che rappresenta la reattanza equivalente.

Condizioni di risonanza  
per vari valori della resistenza

Si noti come per un dato valore di reattanza equivalente

la ripartizione delle tensioni  $V_R$  e  $V_X$  è tanto maggiormente in favore di  $V_R$  quanto maggiore è  $R$ .



Questo fenomeno è ampiamente sfruttato in elettronica per creare caratteristiche di sintonia molto spiccate.

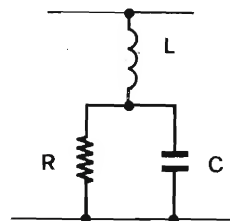


Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.82 Studio completo della disposizione L (R + C)

Codice Pagina  
 13.82 1

### IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

Lasciamo allo studioso il completamento di questo argomento trascrivendo tutte le pagine sul modello di quelle relative all'argomento 13.81.



**Sezione** : 1                      Grandezze Fondamentali

**Capitolo** : 13                      Parametri del circuito

**Paragrafo** : 13.8                      Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

**Argomento** : 13.82                      Studio completo della disposizione L (R + C)



**SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE**

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.82 Studio completo della disposizione L (R + C)

Codice Pagina  
 13.82 3



# DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI



**Sezione** : 1 Grandezze Fondamentali

**Capitolo** : 13 Parametri del circuito

**Paragrafo** : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

**Argomento** : 13.82 Studio completo della disposizione L (R + C)



**CONDIZIONI DI RISONANZA**

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.82 Studio completo della disposizione L (R + C)

Codice Pagina  
**13.82** **5**



# COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI

**APPUNTI  
DI ELETTRONICA**

Codice

Pagina

13.82

6

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali

Capitolo : 13 Parametri del circuito

Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

★

Argomento : 13.82 Studio completo della disposizione L (R + C)

★

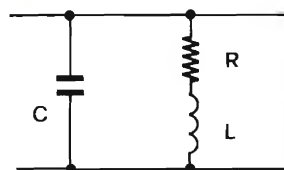
**OSSERVAZIONI**



Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.83 Studio completo della disposizione C + RL

### IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

Si sottolinea l'importanza di questo particolare circuito ove spesso la resistenza rappresenta quella interna di un induttore di induttanza  $L$ .



**Sezione**    : 1            Grandezze Fondamentali

**Capitolo**    : 13           Parametri del circuito

**Paragrafo** : 13.8        Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

**Argomento** : 13.83    Studio completo della disposizione C + RL

★

★

## SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.83 Studio completo della disposizione C + RL

Codice Pagina  
 13.83 3

★  
★

# DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito	
Paragrafo	: 13.8	Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste	★
Argomento	: 13.83	Studio completo della disposizione C + RL	★

## CONDIZIONI DI RISONANZA

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
Argomento : 13.83 Studio completo della disposizione C + RL

**APPUNTI  
DI ELETTRONICA**

Codice	Pagina
13.83	5

★  
★

**COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI**

Sezione : 1                      Grandezze Fondamentali

Capitolo : 13                      Parametri del circuito

Paragrafo : 13.8                      Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

★

Argomento : 13.83                      Studio completo della disposizione C + RL

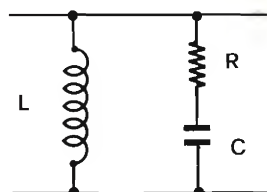
★

**OSSERVAZIONI**



Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
Argomento : 13.84 Studio completo della disposizione L + RC

### IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO



Sezione	: 1	Grandezze Fondamentali	
Capitolo	: 13	Parametri del circuito	
Paragrafo	: 13.8	Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste	★
Argomento	: 13.84	Studio completo della disposizione L + RC	★

## SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
 Capitolo : 13 Parametri del circuito  
 Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
 Argomento : 13.84 Studio completo della disposizione L + RC

Codice Pagina  
 13.84 3

★  
★

# DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI



Sezione : 1                      Grandezze Fondamentali

Capitolo : 13                      Parametri del circuito

Paragrafo : 13.8                      Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

★

Argomento : 13.84                      Studio completo della disposizione L + RC

★

## CONDIZIONI DI RISONANZA

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali  
Capitolo : 13 Parametri del circuito  
Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste  
Argomento : 13.84 Studio completo della disposizione L + RC

**APPUNTI  
DI ELETTRONICA**

Codice Pagina

13.84 5

★  
★

**COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI**

Sezione : 1 Grandezze Fondamentali

Capitolo : 13 Parametri del circuito

Paragrafo : 13.8 Grandezze a regime alternato. Disposizioni miste

★

Argomento : 13.84 Studio completo della disposizione L + RC

★

**OSSERVAZIONI**





